

## PROFIL LAPISAN PEMAHAMAN MAHASISWA CALON GURU

**Viktor Sagala**

FKIP, Universitas Dr. Soetomo

**Abstract:** *At the end of the decade was diverse any researches has been done regarding understanding. Pegg and Tall (2005) identified two types of theories of cognitive growth of global and local. Dubinsky with APOS theory (action, process, object, scheme), Pirie & Kieren with the model of understanding.layer (level). Pirie &Kieren (1994) has provided a theoretical framework of eight levels (layers) of understanding, namely; i) primitive knowing, ii) image making, iii) image having, iv) property noticing, v) formalizing, vi) observing, vii) structuring and viii) inventising. Martin (2008) describes a framework in folding back the three elements, namely i) the source of folding back, ii) the form of folding back and iii) the results of folding back. Guided by the model Pirie & Kieren and indicator of the form of folding back of Martin, research was conducted on student teachers. Devices in the interview given problem based task is to find the derivative of function  $f(x) = (2x + 4)^4(1-3x)^5$ . After the interview was analyzed, be concluded that: 1. The subject with high-math capable outermost achieving layer of understanding that inventising. This subject meets the indicators understanding of image making, image having, property noticing, observing, formalising, structuring. Even up to the last layer of the subjects had a complete understanding of the derivative function structured form of the product of two polynomial functions, answering questions, write and explain the application of the concept of the derivative function in Physics. 2. The subject of being reached lining mathematical capable outermost achieving layer of understanding primitive knowing, not reaching the formalizing because he only uses derivative chain rule function composition, but are not able to mention the name of the rule. This subject did folding back form "cause discontinuous".3.The subject lower mathematical ability is not on the innermost layer (primitive knowing)*

**Keywords:** *layers of understanding, folding back*

### Pendahuluan

Pada dekade akhir ini banyak penelitian yang menghasilkan teori baru yang menjelaskan perkembangan kognitif dan perkembangan pemahaman siswa dalam belajar matematika. Pegg dan Tall (2005) mengidentifikasi dua jenis teori pertumbuhan kognitif yaitu 1) teori global pertumbuhan jangka panjang (*global theory of longterm growth*) individu, seperti teori tahapan perkembangan kognitif dari Piaget, dan 2) teori lokal pertumbuhan konseptual seperti teori APOS (aksi, proses, objek, skema) dari Dubinsky. Jangkauan teori global dimulai dari

interaksi fisik individu dengan dunia sekeliling, kemudian ke penggunaan bahasa dan symbol menuju ke bentuk abstrak. Dalam hal ini Pegg dan Tall (2005) juga menyandingkan empat teori perkembangan kognitif; (1) tahapan sensori motor, praoperasional, operasional konkrit dan operasional formal dari Piaget, (2) level rekognisi, analisis, urutan, deduksi dan rigor dari Van Hiele, (3) sensori motor, ikonik, konkrit, simbolik, formal dan post formal dari Model SOLO, serta (4) enaktif, ikonik dan simbolik dari Bruner.

Teori lokal difokuskan pada siklus dasar pertumbuhan dalam pembelajaran suatu konsep. Misalnya; a) model SOLO difokuskan pada siklus tiga level (UMR) yaitu *unstructural*(U), *multistructural*(M), dan *relational* (R). Penerapan model SOLO minimal mengandung dua siklus UMR dalam setiap model. Respon tingkat R dalam siklus satu berkembang untuk respon tingkat U baru pada siklus berikutnya. Menurut Susiswo (2014), hal ini menjadi dasar untuk mengeksplorasi konsep yang diperoleh dan juga menjelaskan perkembangan kognisi siswa. Siklus dua menawarkan tipe perkembangan yang fokus utamanya pada pendididkan dasar dan menengah. Selanjutnya, menurut Pegg dan Tall (2005) teori lokal lain adalah b) prosedur, proses terintegrasi dan entitas dari Davis, c) APOS dari Dubinsky, d) interiorisasi, kondensasi dan reifikasi dari Sfard, serta e) prosedur, proses dan prosep dari Gray dan Tall.

Pirie dan Kieren (1994) telah memberikan kerangka teoritis tentang delapan level (lapisan) pemahaman, yaitu i) *primitive knowing*, ii) *image making*, iii) *image having*, v) *property noticing*, vi) *formalizing*, vii) *observing*, viii) *inventising*. Teori ini menyatakan bahwa “memahami (*understanding*) tidak selalu bertumbuh secara linier dan kontinu. Seseorang sering kembali ke level (lapisan) pemahaman sebelumnya untuk selanjutnya maju ke level pemahaman berikutnya. Pirie&Kieren (1994) dan para peneliti lainnya menjelaskan indikator lapisan demi lapisan pemahaman tersebut. Lapisan pemahaman *primitive knowing* merupakan

usaha awal yang dilakukan oleh siswa dalam memahami definisi baru, membawa pengetahuan sebelumnya ke level pemahaman selanjutnya melalui aksi yang melibatkan definisi atau merepresentasikan definisi (Pirie&Kieren, 1994). Misalnya, ketika subjek diberikan masalah menentukan turunan fungsi aljabar berbentuk hasil kali dua fungsi polinom, apabila subjek melakukan usaha awal melalui aksi yang melibatkan/merepresentasikan konsep yang diperlukan, yaitu definisi turunan fungsi, turunan hasil kali dua fungsi dan aturan rantai untuk mencari turunan fungsi komposisi maka dia berada pada lapisan pemahaman *primitive knowing*. Karena aksi itu akan membawanya ke pemahaman cara penyelesaian masalah yang dihadapinya. Lapisan pemahaman *image making* merupakan tahapan dimana siswa membuat pemahaman dari pengetahuan sebelumnya dan menggunakannya dalam pengetahuan baru (Pirie&Kieren, 1994). Lapisan pemahaman *image having* merupakan tahapan dimana siswa sudah memiliki gambaran mengenai suatu topik dan membuat gambaran mental mengenai topik itu tanpa harus mengerjakan contoh-contoh (Pirie&Kieren, 1994; Manu, 2005). Lapisan pemahaman *property noticing* merupakan tahapan dimana siswa mampu mengkombinasikan aspek-aspek dari sebuah topic untuk membentuk sifat spesifik terhadap topic itu (Pirie &Kieren,1994). Lapisan pemahaman *formalizing* merupakan tahapan dimana siswa membuat abstraksi suatu konsep matematika berdasarkan sifat-sifat yang muncul (Pirie&Kieren,1994). Siswa mampu

memahami sebuah definisi atau algoritma formal konsep matematika (Parameswaran, 2010). Lapisan pemahaman *observing* merupakan tahapan dimana siswa mengkoordinasikan aktivitas formal pada level *formalizing* sehingga mampu menggunakannya pada permasalahan terkait yang dihadapinya (Pirie & Kieren, 1994), siswa juga mampu mengaitkan pemahaman konsep matematika yang dimilikinya dengan struktur pengetahuan baru (Parameswaran, 2010). Lapisan pemahaman *structuring*. merupakan tahapan dimana siswa mampu mengaitkan hubungan antara teorema satu dengan teorema lainnya dan mampu membuktikannya dengan argument yang logis (Pirie & Kieren, 1994). Siswa juga mampu membuktikan hubungan antara teorema yang satu dengan lainnya secara aksiomatik (Pirie & Kieren, 1994). Lapisan pemahaman *inventising* merupakan tahapan dimana siswa memiliki sebuah pemahaman terstruktur lengkap dan mampu menciptakan pertanyaan-pertanyaan baru yang tumbuh menjadi sebuah konsep yang baru (Pirie & Kieren, 1994). Pemahaman matematis siswa tidak terbatas dan melampaui struktur yang ada sehingga mampu menjawab pertanyaan “*what if?*” (Meel, 2003). Misalnya, setelah subjek selesai mengerjakan masalah menentukan turunan fungsi aljabar berbentuk hasil kali dua fungsi polinom, melalui wawancara dan instruksi dapat diketahui bahwa dia juga mampu menuliskan rumus umum turunan fungsi yang sudah diselesaikannya serta menjelaskannya secara logis aksiomatis.

Martin (2008) mendeskripsikan kerangka kerja *folding back* dalam tiga elemen, yaitu i) sumber *folding back*, ii) bentuk *folding back*, iii) hasil *folding back*. Slaten (2011) meneliti keefektifan *folding back* ketika melakukan refleksi dalam proses pertumbuhan pemahaman matematika siswa. Susiswo (2014) mengkhususkan penelitian pada *folding back* konsep limit fungsi mahasiswa. Menurut Susiswo (2014:2) *Folding back* yang merupakan elemen penting dalam mendukung pertumbuhan pemahaman konsep. *Folding back* terjadi ketika seseorang dihadapkan kepada masalah pada level pemahaman tertentu yang tidak dapat diselesaikan dengan segera, dia harus kembali ke lapisan pemahaman terdahulu, kemudian kembali memperluas pemahaman yang tidak mencukupi pada saat itu. Dengan demikian model pertumbuhan pemahaman yang diajukan Pirie & Kieren tidak linier.

### **Pertanyaan Penelitian**

Sesuai dengan latar belakang, maka pertanyaan penelitian ini adalah: Bagaimanakah profil lapisan pemahaman konsep turunan fungsi dan *folding back* yang dilakukan mahasiswa calon guru berdasarkan kemampuan matematika?

### **Tujuan Penelitian**

Mendeskripsikan profil lapisan pemahaman konsep turunan fungsi dan *folding back* yang dilakukan mahasiswa calon guru berdasarkan kemampuan matematika.

### Metode Penelitian

Jenis penelitian ini adalah kualitatif, karena data diperoleh melalui proses pengamatan terhadap perilaku subjek yang menghasilkan data deskriptif, berupa lisan, tulisan dan aksi lainnya. Penelitian kualitatif lebih menonjolkan proses dan makna dalam prespektif subjek. Oleh sebab itu kehadiran peneliti berfungsi sebagai instrumen sekaligus penafsir. Instrumen pendukung antara lain soal mencari turunan fungsi, pedoman wawancara berbasis tugas. Proses dan data yang diperoleh akan bermakna setelah diolah dan dianalisis oleh peneliti. Pendekatan penelitian yang diterapkan adalah deskriptif karena bertujuan mengeksplorasi dan mendeskripsikan profil pemahaman mahasiswa calon guru. Pemahaman mahasiswa tidak diukur secara kuantitatif dan tidak dianalisis secara statistik, akan tetapi data didapatkan secara kualitatif dan analisisnya secara non statistik. Data penelitian ini berupa temuan-temuan kualitatif yang diperoleh dari tulisan, penjelasan (kata-kata) dan aksi lainnya yang dilakukan oleh subjek penelitian. Gambaran kompleks dari temuan-temuan tersebut ditranskripsikan, direduksi, dipilah-pilah, dikoding, dikategorikan dan dianalisis untuk mendapatkan kesimpulan. Peneliti menjadi instrumen utama dalam pengumpulan data dan analisis dalam penelitian ini, karena kehadiran peneliti tidak dapat diwakilkan kepada orang lain.

Penelitian ini mengungkap profil lapisan pemahaman konsep fungsi mahasiswa calon guru. Konsep turunan fungsi dibatasi

pada pengertian fungsi, rumus-rumus dasar turunan fungsi, turunan fungsi Aljabar Teknik pengumpulan data dilakukan melalui wawancara berbasis tugas. Selanjutnya kertas kerja subjek dan transkrip wawancara menjadi data primer yang akan diolah dan dianalisis untuk mendapatkan hasil penelitian. Selanjutnya tahapan analisis data terdiri dari; 1. Kategorisasi/klasifikasi data, 2. Reduksi data, 3. Penyajian data, 4. Penafsiran data dan 5. Penarikan kesimpulan. Pada tahap kategorisasi/klasifikasi, data pemahaman subjek dikategorikan berdasarkan kesesuaian indikator lapisan demi lapisan dan indikator bentuk *folding back* yang dilakukan. Pada tahap reduksi, data yang sudah dikategorikan menurut lapisan pemahaman dan *folding back* disederhanakan sehingga penyajiannya lebih mudah. Pada tahap selanjutnya data tiap subjek disajikan (ditabulasi). Selanjutnya data ditafsir (diinterpretasi) berdasarkan kriteria yang sudah ditetapkan, sehingga terlihat kesamaan dan perbedaan karakteristik setiap pemahaman subjek, dan lapisan yang dicapai setiap subjek serta bentuk *folding back* yang dilakukan oleh masing-masing subjek.

### Hasil Penelitian

Hasil penelitian dilakukan terhadap tiga orang mahasiswa calon guru matematika FKIP Unitomo, menunjukkan bahwa mahasiswa **berkemampuan matematika tinggi** memenuhi indikator-indikator lapisan pemahaman seperti yang dihipotesiskan Pirie & Kieren (1994). Dengan memberikan soal mencari turunan fungsi  $f(x) = (2x+4)^4 \cdot (1-3x)^5$

dan melakukan wawancara terlihat bahwa indikator pemahaman *image making*, *image having*, *property noticing*, *observing*, *formlising*, *structuring* dipenuhi. Bahkan sampai kepada lapisan terakhir subjek memiliki sebuah pemahaman terstruktur komplit tentang turunan fungsi berbentuk hasil kali dua fungsi polinom, menjawab pertanyaan, menuliskan dan menjelaskan penerapan konsep turunan fungsi pada Fisika (persamaan lintasan. kecepatan dan percepatan suatu objek yang bergerak). Jadi subjek ini mencapai lapisan pemahaman terluar yaitu *inventising*. Subjek mahasiswa **berkemampuan matematika sedang** ini mencapai lapisan *primitive knowing*. Hal itu terlihat dari indikator yang dipenuhi, yaitu memahami konsep yang diperlukan untuk menyelesaikan masalah, yaitu definisi turunan fungsi, turunan fungsi polinom, turunan hasil kali dua fungsi, aturan rantai untuk turunan fungsi komposisi. Selanjutnya berdasarkan indikator yang dipenuhi subjek ini mencapai juga lapisan pemahaman *image making*, *image having* dan *property noticing*. Khusus indikator lapisan terakhir ini, dia mampu mengkombinasikan aspek-aspek, turunan fungsi polinom, turunan hasil kali fungsi dan aturan turunan rantai untuk membentuk sifat yang relevan dan spesifik untuk menyelesaikan masalah yang dihadapinya, soal turunan hasil kali fungsi polinom dan menyadari kesamaan dan perbedaan antara turunan dua fungsi .dan hasil kalinya. Subjek ini tidak mencapai lapisan *formalizing* karena dia hanya menggunakan aturan rantai turunan fungsi komposisi, tetapi tidak mampu menyebut nama aturan itu. Jadi

meskipun subjek ini mampu melakukan algoritma aturan rantai, namun dia tidak memahami definisi formal aturan tersebut. Demikian juga selanjutnya ketika ditanyakan rumus umum soal yang dikerjakannya, dia kurang paham menyebutkan dan tidak menuliskannya, ini menunjukkan bahwa dia tidak mampu mencari suatu pola untuk menentukan suatu algoritma atau teorema. Hal ini menunjukkan bahwa dia tidak berada pada lapisan pemahaman *observing*. Subjek ini melakukan *folding back* yang terjadi dalam proses subjek tidak dapat memandang relevansi atau koneksi antara pemahamannya tentang aturan rantai dengan masalah mencari turunan hasil kali fungsi polinom yang sedang dikerjakannya, tentu saja *folding back* yang dilakukannya tidak berhasil memperluas pemahamannya tentang turunan hasil kali dua fungsi polinom. Subjek ini melakukan *folding back* bentuk “menyebabkan diskontinu”. Sementara itu subjek mahasiswa berkemampuan matematika rendah tidak berada pada lapisan paling dalam (*primitive knowing*). Hal itu terlihat dari pekerjaannya yang salah mencari turunan hasil kali fungsi polinom, bahkan ketika ditanyakan turunan fungsi polinom yang memerlukan aturan rantai, dia tidak mampu menawab lisan atau menuliskannya. Ketika ditanyakan pengertian turunan fungsi, dia juga tidak mampu menjawabnya.

### **Kesimpulan**

Berpandu kepada model lapisan pemahaman Pirie & Kieren, profil lapisan

pemahaman dan *folding back* yang dilakukan mahasiswa calon guru adalah sebagai berikut:

1. Subjek berkemampuan matematika tinggi mencapai lapisan pemahaman terluar yaitu ***inventising***. Subjek ini memenuhi indikator pemahaman *image making*, *image having*, *property noticing*, *observing*, *formlising*, *structuring*. Bahkan sampai kepada lapisan terakhir subjek memiliki sebuah pemahaman terstruktur komplit tentang turunan fungsi berbentuk hasil kali dua fungsi polinom, menjawab pertanyaan, menuliskan dan menjelaskan penerapan konsep turunan fungsi pada Fisika.
2. Subjek berkemampuan matematika sedang mencapai lapisan ***primitive knowing***, tidak mencapai lapisan ***formalizing*** karena dia hanya menggunakan aturan rantai turunan fungsi komposisi, tetapi tidak mampu menyebut nama aturan itu. Subjek ini melakukan *folding back* bentuk “menyebabkan diskontinu”.
3. Subjek berkemampuan matematika rendah tidak berada pada lapisan paling dalam (*primitive knowing*).

#### Daftar Pustaka

- Anderson, John R. 1995. *Applications and Misapplications of Cognitive Psychology to Mathematics Education* Department of Psychology. Carnegie Mellon University Pittsburgh, PA 15213. <http://act-r.psy.cmu.edu/papers/misapplied.html>
- Droujkova, Maria. 2011. Fraction interactives seminar study group. *Technology for Mathematics Education course*.
- Droujkova, A., Berenson, B., Slaten, K. & Tombes, S. 2011. *A Conceptual Framework for Studying Teacher Preparation: The Piere-Kieren Model, Collective Understanding and Metafor. Proceeding of the 29<sup>th</sup> Convergence of the International Group for the Mathematical Education*. Volume 2:289-296
- Dubinsky & McDonald. 2001. *APOS: A Constructivist Theory of Learning in Undergraduate Mathematics Education Research*. Dalam D. Holton (Ed.) *The Teaching and Learning of Mathematics at University Level: An ICMI Study* (hlm 273-280) Dordrecht, NL: Kluwer
- Dubinsky, E & Wilson, Robin. 2013. “*High School Students’ Understanding of the Function Concept*”. *the Journal of Mathematical Behavior* 32 (2013) 83-101. For a pre-publication draft PDF. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0732312312000582>
- Katsberg (2002) *Understanding Mathematical Concepts : The Case of University Logarithmic Function. Dissertation*. Departement of Mathematics Lulea. Online. [http://jwilson.coe.uga.edu/pers/katsberg\\_signe\\_e\\_200205\\_phd.pdf](http://jwilson.coe.uga.edu/pers/katsberg_signe_e_200205_phd.pdf), diakses 20-01-2015
- Maharaj, A. 2003. *An APOS Analysis of Students’ Understanding of the Concept of a Limit of a Function*, School of Mathematical Sciences University of KwaZulu-Natal. [http://www.amesa.org.za/amesap\\_n71\\_a5.pdf](http://www.amesa.org.za/amesap_n71_a5.pdf)
- Manu. 2005. *Language Switching and Mathematical Understanding in Tongan Classrooms: An Investigation*. *Journal of Educational Studies*. Vol 27, Nomor 2 diakses 6 Maret 2015
- Martin, Croix & Fownes. 2005. *An Exploration of the Growth in Mathematical Understanding of Grade 10 Learners, M.Ed (Mathematics Education)*. Faculty Of Humanities (School of Education) at the UNIVERSITY OF LIMPOPO Online diakses 20 Januari 2015

- Martin, Lyndon. 2008. *Folding Back and Growth of Mathematical Understanding in Workplace Training*, dimuat dalam Journal online Research Gate [http://www.researchgate.net/publication/239918621\\_Folding\\_Back\\_and\\_the\\_Growth\\_of\\_Mathematical\\_Understanding\\_in\\_Workplace\\_Training](http://www.researchgate.net/publication/239918621_Folding_Back_and_the_Growth_of_Mathematical_Understanding_in_Workplace_Training). diakses 20 Januari 2015
- Martin, C & Piere, S. 2000. *The Role of Collecting in the Growth of Mathematical Understanding*. Mathematical Education Research Journal 2000, Vol 12, no 2:127-146
- Meel, D.E. 2003. *Model and Theories of Mathematical Understanding: Comparing Piere-Kieren's Model of the Growth of Mathematical Understanding and APOS Theory*. CMBS Issues in Mathematical Education. Volume 12, 2003
- Moleong, J. 2010. *Metodologi Penelitian Kualitatif*. Edisi Revisi. Bandung. PT Remaja Rosdakarya
- Mousley, J. 2005 *What Does Mathematics Understanding Look Like?* Makalah disajikan pada Annual Conference Held at RMIT, Melbourne, 7-9 Juli 2005 (Online), ([www.merga.net.au/documents/RP622995.pdf](http://www.merga.net.au/documents/RP622995.pdf)). Diakses 12 Januari 2015.
- Parameswaran, R. 2010. *Expert Mathematicians Approach to Understanding Definition*. The Mathematic Educator Vol 20, Number 1:45-51
- Pegg, J. & Tall, D. 2005. *The fundamental cycle of concept construction underlying various theoretical frameworks*. Proceedings of PME Volume 37, Issue 6, pp 468-475 Online <http://link.springer.com/article/10.1007/BF02655855#page-2>
- Piere, S. & Kieren, T. 1994. *Growth in Mathematical Understanding: How we Can Characterize it and How can Represent it*. Education Studies in Mathematics Volume 9:160-190
- Santos, A.G., Thomas, M.O.J. 2003. *The Growth of Schematic Thinking about Derivative*. The Journal of Mathematical Education University of Auckland
- Skemp, R. 1976. *Relational Understanding and Instrumental Understanding*. Mathematics Teaching. 77:20-26
- Skemp, R. 1987. *Symbolic Understanding*: Mathematics Teaching. 99:59-61
- Slaten. 2006. *Effective Teaching and Uses of Instructional Representations in Secondary Geometry : A Comparison of Novice and An Experienced Mathematics Teacher*. Dissertation North Carolina State University. Online. <http://repository.lib.ncsu.edu/ir/bitstream/1840.16/5481/1/etd.pdf>, diakses 10-02-2015
- Susiswo. 2014. *Folding back Mahasiswa dalam Menyelesaikan Masalah Limit*, Disertasi, Universitas Negeri Malang. Jurnal online. <http://teqip.com/wp-content/uploads/2014/12/MATEMATIKA-1-hal.-1-153.pdf> diakses 10-02-2015
- Tall, D. 1993. *The Transition from Arithmetics to Algebra: Numbers Patterns of Proceptual Programming? New Directions in Algebra Education*, Queensland University of Technology, Brisbane, 213-231