

Analisis Jaringan Petri pada Jalur Angkutan Umum di Jombang Menggunakan Aljabar Max-Plus

Nahlia Rakhmawati¹⁾, Esty Saraswati Nur Hartiningrum²⁾

^{1,2}STKIP PGRI Jombang – Jl. Pattimura III No. 20 Jombang, 61463, Jawa Timur Indonesia

*email: nahlia@stkipjb.ac.id atau rakhmanahlia.stkipjb@gmail.com

Diterima : 24 September 2018, Direvisi : 15 Oktober 2018, Disetujui : 31 Oktober 2018

Abstract

The aim of this research is to get a representation of public transport systems in max-plus algebra after the system is simulated into the timeless petri net function. The analysis includes 3 step proces, first of all is converting proces from the data to the software, then simulating the proces with software and the last getting the model of public transportation on the petri net function. After found the petri net function, last was convert it into the form of a max-plus algebra matrix and then compile a model that meets $x(k + 1) = A \otimes x(k)$.

Keywords: *petri net, max-plus algebra, public transportation*

1. PENDAHULUAN

Sebagai kota yang sedang menggeliat bangun, angkutan umum di Jombang bagaikan mati suri [1]. Faktor yang membuat keberadaan angkutan umum menjadi sangat sulit antara lain kondisi kendaraan itu sendiri dan jadwal keberangkatan yang tidak pasti. Tetapi faktor penyebab utamanya adalah kurangnya dukungan masyarakat akan keberadaan angkutan umum sebagai satu-satunya transportasi umum di Jombang. Masyarakat Jombang telah banyak berpindah ke kendaraan pribadi atau ojek online sebagai alat transportasi. Lebih jauh perpindahan minat ini menyebabkan jalan di Jombang padat pada jam sibuk pagi dan siang hari. Optimalisasi angkutan umum perlu dilakukan untuk memaksimalkan peran dan fungsi angkutan umum sebagai salah satu sarana transportasi umum antar daerah di kawasan Jombang.

Pada artikel ini dibahas mengenai penentuan jalur dalam kecamatan Jombang sebagai upaya mempersingkat jarak dan atau waktu tempuh angkutan umum. Fokus yang menjadi dasar penentuan jalur adalah kebutuhan siswa untuk berangkat sekolah, dan beberapa fasilitas umum seperti pasar dan rumah sakit [2]. Selanjutnya 3 jalur yang ditentukan diubah menjadi fungsi jaringan petri tak berwaktu untuk kemudian disimulasikan untuk mendapatkan gambaran sistem yang dibentuk.

Jaringan petri telah lama digunakan dalam bidang penentuan, pengelolaan dan pengawasan suatu sistem. Penelitian sebelumnya[3] telah dilakukan sebuah simulasi model jaringan petri untuk sistem antrian sederhana yang memuat satu server. Kemudian pada [4] jaringan petri diaplikasikan pada suatu sistem produksi yang terdiri dari banyak sub proses produksi dalam satu kali proses. Penelitian [5] juga telah menggunakan jaringan petri pada proses penerbitan SIM

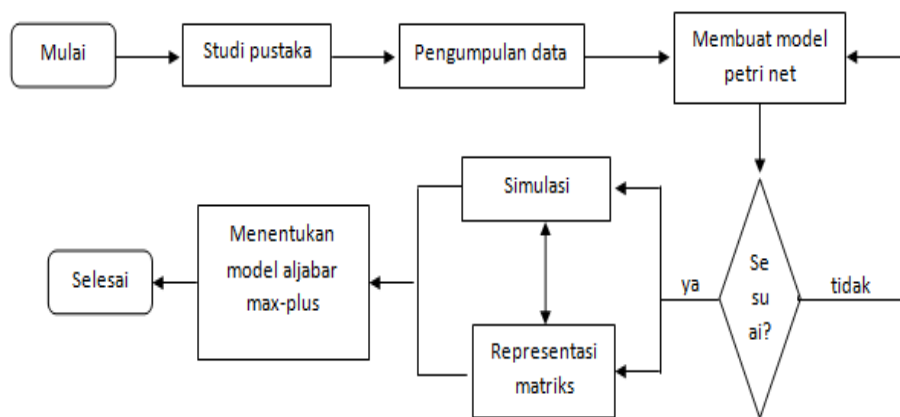
(Surat Ijin Mengemudi). Hal ini menunjukkan jaringan petri memang telah memberikan kontribusi yang besar pada permasalahan sistem kontrol.

Jaringan petri yang disusun pada artikel ini merupakan jaringan yang cukup kompleks karena mengandung *looping* (artinya sistem yang dibentuk memungkinkan untuk terus bekerja jika tidak dibatasi waktu atau kuantiti lain). Berdasarkan simulasi jaringan petri (menggunakan *software* WoPeD ver. 3.6.1 yang dapat diakses secara *free* di internet), kemudian dibahas mengenai proses pembentukan model aljabar max-plus agar selanjutnya dapat dilakukan analisis yang diperlukan.

Pada model aljabar max-plus [6], himpunan matriks dinyatakan dalam $R_{max}^{n \times m}$. Untuk $n \in N$ didefinisikan $n \stackrel{\text{def}}{=} \{1,2,3, \dots, N\}$ dan $m \stackrel{\text{def}}{=} \{1,2,3, \dots, N\}$. Elemen dari matriks $A \in R_{max}^{n \times m}$ pada baris ke- i dan kolom ke- j dinyatakan dengan a_{ij} untuk $i \in n$ dan $j \in n$. Dalam hal ini matriks A ditulis sebagai

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nm} \end{pmatrix} \quad (1)$$

2. METODE PENELITIAN



Gambar 1 Tahapan Penelitian

Metode yang digunakan pada penelitian ini adalah sebagaimana gambar 1 berikut ini. Nampak bahwa proses kajian diawali dengan studi literatur untuk mendapatkan referensi dari sumber-sumber yang diperlukan. Tahapan pengumpulan data adalah penentuan jalur yang digunakan dalam penelitian ini. Jalur pada penelitian ini menggunakan hasil analisa [2] yaitu dengan pertimbangan tempat tinggal siswa yang jauh dari sekolah dan keberadaan fasilitas umum seperti pasar dan rumah sakit. Selanjutnya bagian inti dari penelitian ini adalah penentuan

-----Jurnal Ilmiah : SOULMATH, Vol 6 (2), Oktober 2018, Halaman 113 - 120-----

model jaringan petri. Indikator yang digunakan untuk menilai kesesuaian model jaringan petri yang diperoleh adalah kemungkinannya dalam menggambarkan sistem transportasi angkutan umum. Meskipun *software* yang digunakan masih terbatas karena hanya berlaku pada *timeless* jaringan petri, namun simulasi yang dicoba telah mampu memberikan gambaran kondisi sistem yang diteliti. Model jaringan petri disini digunakan agar lebih mudah dalam menggambarkan graf berarah dari model yang disusun.

Setelah didefinisikan model jaringan petri yang diperoleh kemudian disimulasikan dengan menggunakan WoPed ver. 3.6.1 dan akhirnya disusun model aljabar max-plus sebagai representasi dari sistem yang dibentuk.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Berdasarkan [2] diperoleh jalur yang digunakan dalam pembahasan ini mempunyai 6 titik pertemuan. Telah dilakukan pengkajian sebelumnya bahwa ketiga jalur saling terhubung sehingga memungkinkan penumpang untuk berpindah jalur sesuai dengan tujuannya. Model jaringan petri untuk sistem transportasi angkutan umum sebagaimana gambar 2 berikut ini terdiri dari 8 transisi dan 6 *place*. Himpunan *place* terdiri dari 6 titik pertemuan yaitu: 1. Bravo, sebagai salah satu pusat perbelanjaan yang berada pada jalur yang strategis di Jombang dan pintu masuk ke wilayah perkotaan Jombang dari arah Barat; 2. PL (Pasar Legi) sebagai pusat perekonomian Jombang dan pintu masuk wilayah perkotaan Jombang dari arah Selatan; 3. MP (Makam Pahlawan) Sebagai titik pertemuan dari jalur 2 dan 3; 4. Stikes (Perempatan di wilayah pusat sekolah di Jombang dan merupakan titik pertemuan antara ketiga jalur; 5. RC (Ringin Contong) ikon kota Jombang dan merupakan titik pertemuan antara jalur 1 dan 2; 6. Undar pintu masuk menuju kota Jombang dari arah timur. Selanjutnya himpunan *place* dituliskan sebagai $P=(BRAVO, PL, MP, STIKES, RC, UNДАР)$. Himpunan transisi terdiri dari 8, $T=(t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6, t_7, t_8)$, yaitu:

t_1 : menyatakan tujuan penumpang dari BRAVO menuju ke PL.

t_2 : menyatakan tujuan penumpang dari STIKES menuju ke BRAVO.

t_3 : menyatakan tujuan penumpang dari PL dapat menuju ke MP atau ke STIKES.

t_4 : menyatakan tujuan penumpang dari RC menuju ke PL.

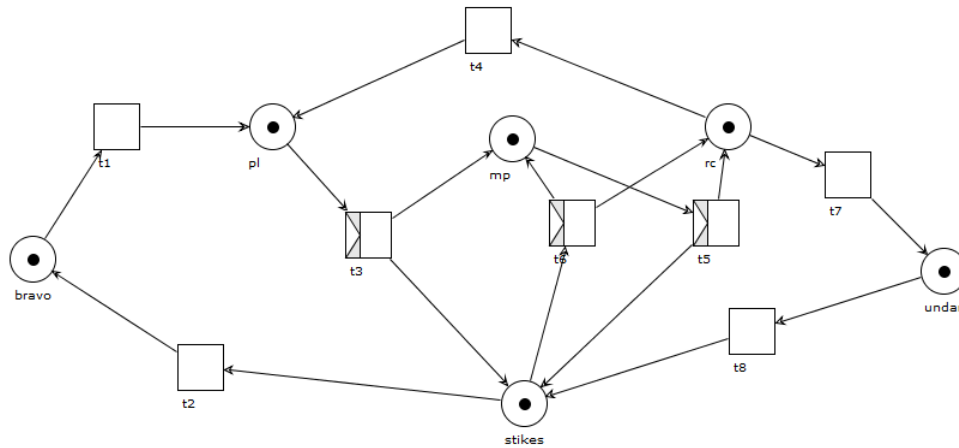
t_5 : menyatakan tujuan penumpang dari MP dapat menuju ke RC atau ke STIKES.

t_6 : menyatakan tujuan penumpang dari STIKES dapat menuju ke MP atau ke RC.

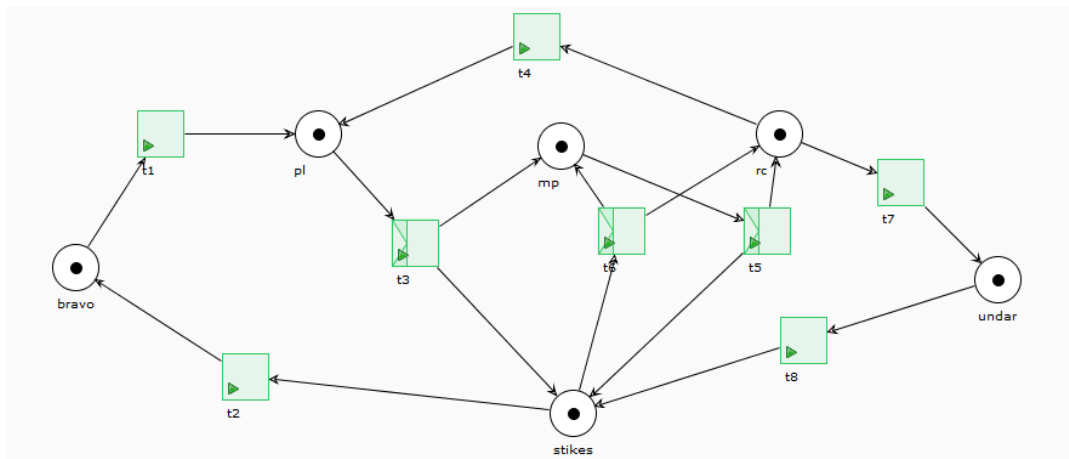
t_7 : menyatakan tujuan penumpang dari RC menuju ke UNДАР.

t_8 : menyatakan tujuan penumpang dari UNДАР menuju ke STIKES.

Pada gambar 2 nampak bahwa semua *place* terhubung oleh transisi dan di masing-masing *place* telah diberikan 1 *token* (masukan). Sesuai dengan definisi di masing-masing *place*, terdapat 3 transisi yang dapat menuju ke dua *place* yang berbeda. Transisi ini menunjukkan bahwa sistem memungkinkan perpindahan jalur, sehingga penumpang dapat berpindah sesuai dengan tujuan. Jika kemudian dijalankan dengan menu *analyze* pada sub menu *token game* (simulasi), akan nampak sebagaimana gambar 3.



Gambar 2 Model Jaringan Petri Sistem Transportasi Angkutan Umum

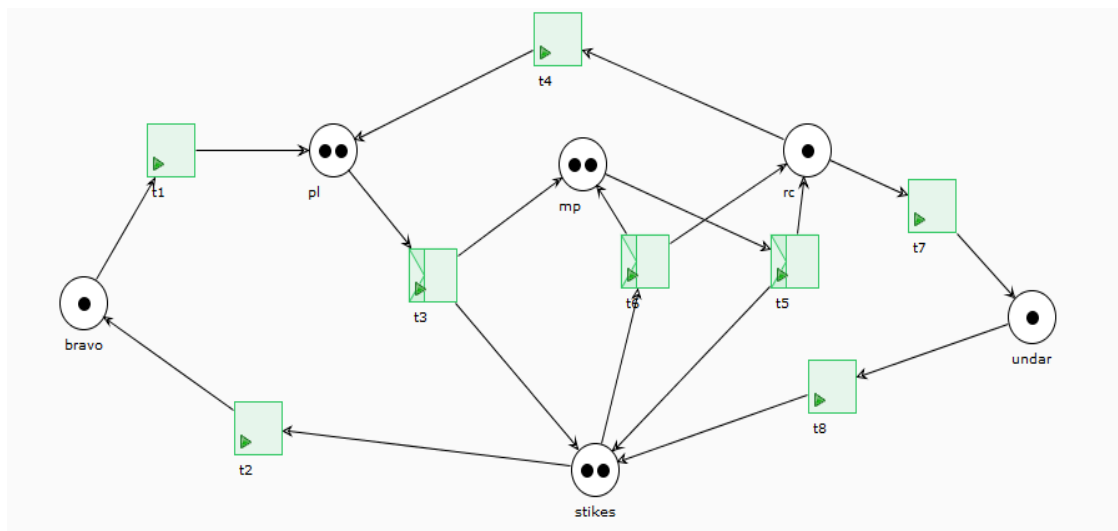


Gambar 3 Kondisi Simulasi Sistem Transportasi Angkutan Umum pada Sub Menu Token Game

Pada gambar 3 nampak bahwa transisi menunjukkan posisi *ready* dan dapat melakukan simulasi sesuai kebutuhan. Pada *sub menu token game*, analisa jaringan petri dapat dilakukan secara langsung (*otomatis*) atau bertahap (*step by step*). Jika dilakukan secara manual maka proses akan berjalan runtut dari *place* bravo dan *token* akan terus berpindah tanpa batasan waktu. Hal ini menunjukkan proses *looping* yang dimiliki oleh sistem. Untuk berhenti, perlu adanya pembatas pada *software* agar pada saat yang ditentukan sistem dapat berhenti berjalan.

Sedangkan jika simulasi dilakukan secara bertahap, akan nampak perubahan sebagaimana gambar 4. Yaitu kondisi *token* di masing-masing *place* berjalan satu kali.

Pada gambar 4 nampak bahwa jika semua *token* dijalankan satu langkah, maka masing-masing *place* akan kembali terisi 1 *token* kecuali pada *place* PL, MP dan STIKES. Hal ini dikarenakan transisi yang menuju ke *place* tersebut ada dua, sehingga *token* yang masuk pada *place* pun ada dua karena *place* tujuan sama. Selanjutnya dari simulasi WoPeD yang diberikan, dianalisa matriks yang dapat direpresentasikan dari jaringan petri sistem transportasi angkutan umum yang dibentuk menggunakan aljabar max-plus.



Gambar 4 Simulasi Sistem Jaringan Petri pada Saat Sistem Berjalan Satu Langkah

Menurut [6] suatu *arc* yang berarah dapat merepresentasikan suatu elemen matriks di A jika *arc* tersebut terhubung. Pada simulasi ini, *arc* dapat disebut sebagai transisi yang menghubungkan dua *place*. Dengan kata lain, banyaknya transisi dengan satu tujuan *place*. Misalkan didefinisikan variabel yang merepresentasikan arah dan tujuan masing-masing transisi sebagai berikut:

Tabel 1 Definisi Variabel untuk Penyusunan Model Aljabar Max-Plus

Variabel	Dari	Menuju ke
X1	BRAVO	PL
X2	PL	MP
X3	MP	STIKES
X4	STIKES	BRAVO
X5	STIKES	RC
X6	RC	PL
X7	PL	STIKES
X8	UNDAR	STIKES
X9	STIKES	MP
X10	MP	RC
X11	RC	UNDAR

Definisi pada tabel 1 menunjukkan bahwa matriks A yang dibentuk akan berukuran 11×11 dengan asumsi armada di masing-masing jalur hanya ada 1. Berdasarkan gambar 2 dan tabel 1, jika diurutkan berdasarkan variabel dapat dibentuk matriks dari sistem transportasi angkutan umum sebagai berikut:

$$A = \begin{pmatrix} \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 1 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ 1 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 1 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & 1 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & 1 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 1 & 1 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & 1 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 1 & 1 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 1 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 1 & \varepsilon \\ 1 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 1 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 1 \\ \varepsilon & \varepsilon & 1 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 1 & 1 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & 1 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 1 & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 1 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 1 & \varepsilon \end{pmatrix} \quad (2)$$

Simbol 1 pada (2) menunjukkan bahwa terdapat transisi yang terhubung langsung antara dua place. Simbol ε menunjukkan tidak ada transisi secara langsung antara dua place. Jika disusun sebuah model aljabar max-plus berdasarkan kondisi simulasi jaringan petri sistem transportasi angkutan umum maka diperoleh persamaan:

$$\begin{aligned} x_1(k+1) &= x_4(k) \\ x_2(k+1) &= x_1(k) \oplus x_6(k) \\ x_3(k+1) &= x_2(k) \oplus x_9(k) \\ x_4(k+1) &= x_3(k) \oplus x_8(k) \oplus x_7(k) \\ x_5(k+1) &= x_3(k) \oplus x_8(k) \oplus x_7(k) \\ x_6(k+1) &= x_5(k) \oplus x_{10}(k) \\ x_7(k+1) &= x_6(k) \oplus x_1(k) \\ x_8(k+1) &= x_{11}(k) \\ x_9(k+1) &= x_3(k) \oplus x_8(k) \oplus x_7(k) \\ x_{10}(k+1) &= x_9(k) \oplus x_2(k) \\ x_{11}(k+1) &= x_{10}(k) \oplus x_5(k) \end{aligned} \quad (3)$$

Selanjutnya persamaan (3) dapat digunakan untuk melakukan analisa lebih mendalam untuk menentukan kestabilan sistem transportasi angkutan umum. Analisa yang dilakukan dapat meliputi penentuan nilai eigen dan vektor eigen.

4. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisa nampak bahwa model jaringan petri sistem transportasi angkutan umum dapat disusun menjadi model aljabar max-plus pada bentuk $x(k + 1) = A \otimes x(k)$. Dengan memisalkan variabel baru yang didefinisikan berdasarkan keterhubungan secara langsung antara dua *place* dengan satu transisi, maka sistem dapat dikatakan mungkin mempunyai penyelesaian. Pada penelitian selanjutnya dapat dilakukan analisa tentang kestabilan sistem yang dibentuk untuk mendapatkan waktu tunggu dan waktu keberangkatan di setiap titik pertemuan dengan memasukkan waktu atau jarak tempuh antar titik pertemuan.

5. UCAPAN TERIMA KASIH

Ucapan terima kasih diberikan kepada Kemenristek Dikti untuk dana hibah yang diberikan kepada tim peneliti pada skem Penelitian Dosen Pemula (PDP) tahun pelaksanaan 2018 dan STKIP PGRI Jombang atas kesempatan dan kemudahan yang diberikan selama pelaksanaan penelitian.

6. DAFTAR PUSTAKA

- [1] N. Rakhmawati and R. Febriyanti, "Penerapan Aljabar Max-Plus Pada Permasalahan Penjadwalan Angkutan Perdesaan di Jombang," vol. 03, no. 02, pp. 51–56, 2017.
- [2] N. Rakhmawati, "Study of School Bus Planning By Using Max-Plus Interval Algebra," pp. 252–255, 2015.
- [3] F. Its, "ALJABAR MAXPLUS DAN APLIKASINYA : MODEL," vol. 6, no. 1, pp. 51–61, 2009.
- [4] S. Komsiyah, "(BATCH PLANT) DAN SIMULASINYA DENGAN PIPE2 Notasi dan Definisi Petri net," vol. 12, no. 9, pp. 152–164.
- [5] N. A. S, "Pemodelan Sistem Pelayanan Penerbitan Surat Izin Mengemudi (SIM) Menggunakan Petri Net," vol. 1, no. 2, pp. 128–139, 2017.
- [6] "Aljabar Min-Max Plus dan Terapannya," 2015.

