

## Penerapan Metode *Multiple Scales* untuk Masalah *Galloping* pada *MooringCable* FPSO

Eristia Arfi<sup>1)\*</sup>, Tri Utomo<sup>2)</sup>

<sup>1,2</sup>Program Studi Matematika, Jurusan Sains, Institut Teknologi Sumatera – Jl. Terusan Ryacudu, Lampung Selatan, 35365, Indonesia

\*Penulis Korespondensi : email: [eristia.arfi@ma.itera.ac.id](mailto:eristia.arfi@ma.itera.ac.id)

Diterima : 18 Januari 2019, Direvisi : 12 April 2019, Disetujui : 07 Mei 2019

### Abstract

*Every object has a natural frequency. When an object gets an external force same with their natural frequency, a resonance will occur. In this study we examined how the dynamic behavior of the mooringcable of Floating Production Storage Offloading (FPSO). The mooring type is Catenary Anchor Leg Mooring (CALM). What happens with mooringcable if it gets external force with a small frequency but it is so close to the natural frequency of the system. In the case of transmission cable, the phenomenon that describe this event is called the Galloping Phenomenon. The mathematics model of CALM system with a small frequency will be solved using Multiple scales method. The equilibrium point obtained is in the form of a center (stable). For  $\sigma$  negative, the amplitude value will be positive when the phase is zero (in-phase), at this condition if the initial conditions are chosen close enough to the equilibrium point then the cable will periodically oscillate with a limited phase value. If the initial conditions are selected a little further from the point of equilibrium, it will oscillate with amplitude the initial is the maximum amplitude and its value added of the dependent phase against time.*

**Keywords:** *MooringCable, Catenary, Galloping, Multiple scales, FPSO*

### 1. PENDAHULUAN

Indonesia merupakan salah satu penghasil migas terbesar dunia, kegiatan pencarian minyak sendiri sudah dimulai sejak tahun 1871 berselang dua belas tahun dari pengeboran pertama Amerika di kota Titusville, Pennsylvania. Kegiatan pengeboran lepas pantai pertama dimulai di laut jawa pada September 1968. Salah satu struktur bangunan lepas pantai yang paling banyak digunakan untuk pencarian minyak dan gas bumi di laut dalam adalah struktur terapung atau yang dikenal dengan nama FPSO (*Floating Production Storage Offloading*). Struktur terapung lebih banyak digunakan karena lebih ekonomis dari segi operabilitas, hal ini disebabkan struktur terapung memungkinkan untuk dipindahkan dari satu lokasi ke lokasi yang lain[1].



Sumber: Navingo Maritime & Offshore (website)

**Gambar 1.** FPSO Xikumba (Singapore)

----- Jurnal Ilmiah :SOULMATH, Vol 7 (1), Maret 2019, Halaman 75 – 83 -----

FPSO sendiri terdiri dari sebuah struktur pengapung berbentuk sebuah kapal yang ditambatkan ditempatnya beroperasi, sistem tambat yang biasanya digunakan adalah sistem *mooring*. Secara umum komponen pada sistem *mooring* ada beberapa bagian yaitu, *mooringcable*, *winching* dan *anchor*[2].

Untuk struktur terapung bangunan lepas pantai pergerakan dari kapal sangat dipengaruhi oleh kondisi lingkungan dan sistem *mooring* yang digunakan. Banyak kajian mengenai respon dari *mooringcable* yang disebabkan oleh gaya luar dan gaya hidrodinamik. Ekspresi analitik dari *mooringcable* untuk semua kondisi telah dikaji. Pengkajian tentang dinamik dari *mooringcable*[3]. Pengkajian dinamik dan statis dari *mooringcable* dengan metode elemen berhingga nonlinear[4].

Pada penelitian ini penulis ingin mengkaji bagaimana respon dari *mooringcable* tipe *Catenary Anchor Leg Mooring* (CALM)ketikarantai kabel yang berbentuk kurva (catenary) yang dikaitkan oleh jangkar (anchors) mendapat gangguan gaya luar (*excitation forces*) dengan frekuensi yang sangat kecil dan dekat dengan frekuensi natural dari sistem *mooringcable* tersebut. Pada umumnya ketika frekuensi gaya luar yang terjadi pada benda sama dengan frekuensi natural benda tersebut maka akan tercipta resonansi. Salah satu contoh dari fenomena ini adalah fenomena *galloping*, yaitu gerak osilasi dengan frekuensi yang kecil namun amplitudo besar. Pada kasus kabel transmisi, fenomena *galloping* ini dapat mengakibatkan kerusakan pada kabel ataupun tiang transmisi dan tentu secara tidak langsung menyebabkan kerugian secara ekonomi. Untuk respon dinamik dari kabel transmisi telah dikaji oleh [5]dan memberikan hasil kondisi awal sistem mempengaruhi perilaku osilasi dari kabel. Ekspansi solusi analitik ditentukan dengan menggunakan metode *multiple scales*. Berikut merupakan ilustrasi kapal yang tertambat pada CALM[6].

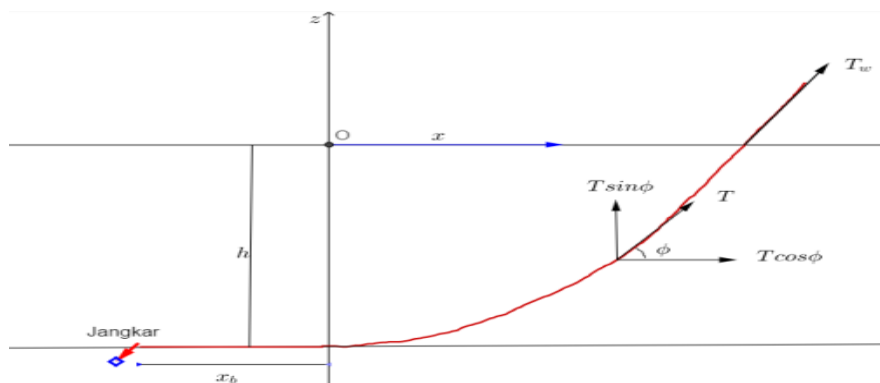


Sumber : SBM Offshore(website)  
**Gambar 2.**Catenary Anchor Leg Mooring (CALM)

## 2. METODE PENELITIAN

Tahapan yang dilakukan dalam penelitian ini adalah menentukan model dari catenary mooring line yang diturunkan dari hukum fisika kemudian penentuan kondisi batas yang selanjutnya akan ditentukan model reduksi serta penskalaan untuk menghilangkan dimensi yang pada akhirnya diperoleh model galloping dari catenary mooring.

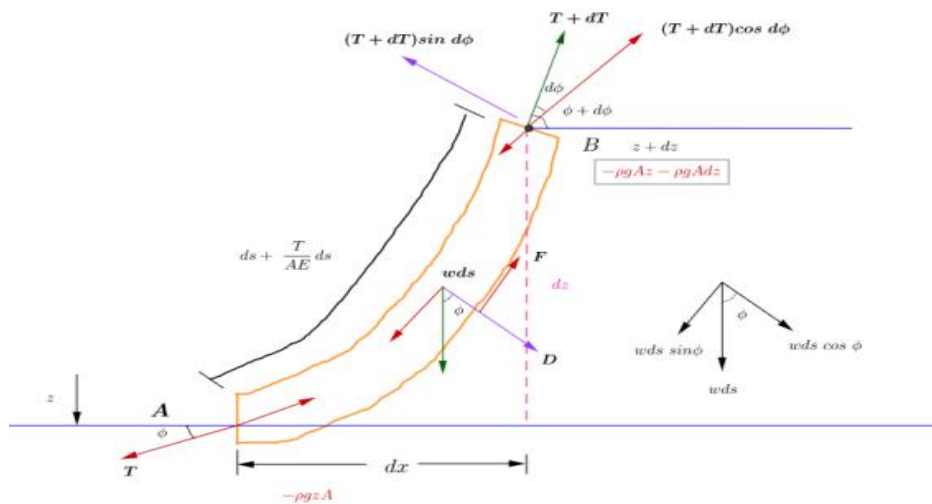
Kata catenary sebenarnya berasal dari rumus yang dipakai untuk perencanaan system tersebut. Rumus Catenary menjelaskan sebuah tali yang ditambat pada kedua ujungnya, satu pada dasar laut dan yang lainnya pada FPSO, penyebab bentuk *mooring* line yang landai adalah beratnya. Sehingga bentuk bentangan *mooring* line dari FPSO hingga ke jangkar tidak tegang tapi renggang.



**Gambar 3.** Ilustrasi catenary mooring kabel

Gambar 3. Merupakan ilustrasi sederhana dari catenary *mooring* yang tertambat pada pengapung yang berada pada permukaan laut dan jangkar yang berada pada dasar laut.  $T_w$  merupakan tegangan winch *mooring*,  $T$  adalah tegangan kabel *mooring*,  $\phi$  adalah sudut yang terbentuk antara tangensial kabel dan sumbu horizontal,  $h$  merupakan jarak dari permukaan laut ke dasar laut, dan  $x_b$  adalah panjang kabel *mooring* yang berada dasar laut. Untuk mengetahui kondisi di tiap-tiap posisi sepanjang kabel, maka digunakan variabel  $s$  dengan  $s \in [0, NS]$  kemudian variabel  $t$  menyatakan waktu. Gerak kabel berada pada bidang vertikal disumbu  $xz$ . Sebelum menggambar diagram bebas dari potongan kabel *mooring* ada beberapa asumsi yang akan digunakan yaitu: dasar laut merupakan permukaan yang horizontal, hanya akan menganalisa gerak kabel pada arah vertikal sehingga vektor gravitasi akan diperhitungkan, kekakuan dan efek dinamik dari kabel diabaikan. Dalam sistem terdapat gaya luar periodik yang bergantung pada  $s$  dengan amplitudo  $P(s)$  yang bekerja pada kabel dan mengarah pada sumbu  $z$  dimana  $\omega_f$  merupakan gaya luar yang cukup dekat dengan frekuensi natural dari sistem. Gaya luar ini dinotasikan dengan gaya persatuan massa  $P(s) \sin(\omega t)$ .

Kondisi pada kabel di tiap posisi di setiap waktu didefinisikan melalui vektor posisi  $\mathbf{X}(s, t) = (X(s, t), Z(s, t))$  dan vektor tegangan  $\mathbf{T}(s, t) = T(s, t)(\cos \phi, \sin \phi)$ . Berdasarkan Hukum Hooke, pertambahan panjang yang dialami suatu benang berbanding lurus dengan gaya yang dikenakan pada benda tersebut. Jika diambil sebuah elemen kecil dari kabel dan dengan menerapkan Hukum Hooke, dapat diperoleh persamaan pertambahan panjang dari elemen kecil kabel.



**Gambar 4.** Diagram bebas segmen kabel *mooring*

**D** : Gaya hidrodinamik per satuan panjang yang tegak lurus dengan kabel *mooring*

**F**:Gaya hidrodinamik per satuan panjang yang sejajar dengan kabel *mooring*

**w**: Berat persatuan panjang kabel *mooring* di dalam air

**A** : Luas penampang kabel *mooring*

**E** : modulus elastisitas

**T**: Tegangan kabel *mooring*

$\phi$ : Sudut yang terbentuk antara tangensial kabel dan sumbu horizontal.

Model *galloping* dari CALM dijabarkan sebagai berikut:

$$\frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{T}{1 + \frac{T}{EA}} \frac{\partial X}{\partial s} \right) = m \frac{\partial^2 X}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{T}{1 + \frac{T}{EA}} \frac{\partial Z}{\partial s} \right) = m \frac{\partial^2 Z}{\partial t^2} + m \frac{g}{v} dz A + mg \sin \phi - m P(s) \sin(\omega_f t)$$

$$\left( \frac{\partial X}{\partial s} \right)^2 + \left( \frac{\partial Z}{\partial s} \right)^2 = \left( 1 + \frac{T}{EA} \right)^2 \tag{1}$$

### Kondisi-kondisi Batas

Terdapat beberapa cara untuk menyusun suatu sistem kabel terikat. Jenis catenary *mooring* sama prinsipnya dengan sistem kabel terikat, dimana masing-masing ujung kabel terikat. Pada sistem catenary, masing-masing ujung kabel terikat pada kapaldan dasar laut. Kondisi-kondisi dikedua ujung kabel terikat pada saat  $s = 0$  dan  $s = S$  yang dinyatakan sebagai berikut:

$$X(0, t) = 0 \quad Z(0, t) = 0 \quad X(S, t) = L \quad (S, t) = L \tan \phi \quad (2)$$

### Model Reduksi

Penyederhanaan model *galloping* dalam bentuk model tereduksi dengan menyusun kembali model dalam variabel-variabel tak berdimensi.

### Penskalaan

Penskalaan dilakukan untuk memperoleh parameter yang akan digunakan untuk membuat model reduksi. Parameter yang digunakan adalah perbandingan antara regangan  $D$  dan panjang kabel  $S$  sehingga menghasilkan nilai yang kecil yaitu

$$\varepsilon = \frac{D}{S} \ll 1 \quad (3)$$

Perpindahan vertikal dalam arah  $y$  dibandingkan dengan panjang kabel cukup kecil, sehingga

$$\frac{Z}{S} = \mathcal{O}(\varepsilon) \quad (4)$$

Panjang gelombang transversal  $\lambda_T$  memiliki nilai yang hampir sama dengan panjang kabel

$$\frac{\lambda_T}{S} = \mathcal{O}(1) \quad (5)$$

Nilai kekakuan relatif dari kabel  $\frac{EA}{mgS}$  besar sehingga menyebabkan panjang gelombang longitudinal bernilai besar dibanding panjang kabel

$$\frac{S}{\lambda_L} = \mathcal{O}(\varepsilon) \quad (6)$$

Parameter  $\varepsilon$  akan digunakan untuk mereduksi model matematika menjadi model tereduksi. Analisis dimensi akan dilakukan terlebih dahulu untuk membuat variabel-variabel dalam model tereduksi menjadi tak berdimensi. Variabel tak berdimensi disini ditandai dengan tanda \*.

Kecepatan gelombang longitudinal adalah  $c_L = \left(\frac{EA}{m}\right)^{\frac{1}{2}}$  dan  $\frac{S}{\lambda_L} = \frac{\omega S}{c_L} = \mathcal{O}(\varepsilon)$ , sehingga diperoleh

frekuensi referensi  $\varepsilon \left(\frac{EA}{m}\right)^{\frac{1}{2}} / L$ . Sedangkan  $\omega = \omega_{ref} \omega^*$ ,  $t = t^* / \omega$ . Kecepatan gelombang

transversal adalah  $c_T = \left(\frac{T}{m}\right)^{\frac{1}{2}}$  dan  $\frac{\lambda_T}{S} = \frac{c_T}{\omega L} = \mathcal{O}(1)$ . Sehingga diperoleh suatu variabel tegangan

referensi  $T_{ref} = \varepsilon^2 EA$ . Selanjutnya penskalaan pada panjang busur  $s$  yang terbentuk akibat

regangan *mooring* kabel pada panjang *mooring* kabel  $S$  dengan  $l \in [0,1]$ . Karena  $\frac{Z}{S} = \mathcal{O}(\varepsilon)$ , maka  $Z$  adalah skala pada  $\varepsilon S$ . Persamaan dengan variabel-variabel tak berdimensi yang diperoleh

$$\begin{aligned} s &= lS, & Z(s, t) &= \varepsilon S Z^*(l, t), \\ T(s, t) &= T_{ref} T^*(l, t^*) \end{aligned} \quad (7)$$

Dengan mensubstitusi hasil penskalaan diatas ke model *galloping*, diperoleh  $\frac{\partial X}{\partial l} = 1 + \mathcal{O}(\varepsilon^2)$  sehingga

$$X(s, t) = Sl + \varepsilon^2 SX^*(l, t). \quad (8)$$

Hasil penskalaan disubstitusikan ke model *galloping*, maka akan diperoleh model reduksi, dan dengan menghilangkan \* diperoleh

$$\frac{\partial T}{\partial l} = 0, \quad \frac{\partial^2 Z}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial l} \left( T \frac{\partial Z}{\partial l} \right) - 8\mu + \alpha P(l) \sin(\Omega t), \quad (9)$$

$$T = \frac{\partial X}{\partial l} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial Z}{\partial l} \right)^2 \quad (10)$$

dimana parameter

$$\mu = mg \left( \frac{\rho S h}{\varepsilon^2 E} + 1 \right), \quad (11)$$

$$\Omega = \frac{\omega_f}{\omega_{ref}}, \quad (12)$$

dengan  $\alpha = \frac{m P_0 S^2}{\varepsilon^3 E A}$ .

Solusi dari model tereduksi akan diselesaikan dengan cara menjumlahkan solusi stasioner dan solusi tak stasioner, sehingga diperoleh persamaan integral-diferensial.

$$\begin{aligned} &\frac{\partial^2 Z}{\partial t^2} - \mu \frac{\partial^2 Z}{\partial l^2} + 64 \int_0^1 z \, dl \\ &= 4 \int_0^1 \left( \frac{\partial Z}{\partial l} \right)^2 \, dl + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 Z}{\partial l^2} \int_0^1 \left( \frac{\partial Z}{\partial l} \right)^2 \, dl - 8 \frac{\partial^2 Z}{\partial l^2} \int_0^1 z \, dl - (L_0^2 - 13L_0) \frac{\partial^2 Z}{\partial l^2} \\ &\quad - 8(L_0^2 - 13L_0) + \alpha P(l) \sin(\Omega t) \end{aligned} \quad (13)$$

### 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Metode *multiple scales* merupakan salah satu teknik perturbasi yang digunakan untuk menentukan aproksimasi solusi analitik dari masalah perturbasi. Ide dari *multiple scales* ini adalah menentukan ekspansi yang merepresentasikan respon dari sistem menjadi suatu fungsi yang terdiri dari beberapa variabel bebas atau skala. Metode *multiple scales* terdiri dari teknik yang digunakan untuk membangun pendekatan yang valid secara seragam terhadap solusi



----- Jurnal Ilmiah :SOULMATH, Vol 7 (1), Maret 2019, Halaman 75 – 83 -----

masalah perturbasi dimana solusi bergantung secara bersamaan pada skala yang berbeda[7]. Kemudian persamaan (13) diselesaikan dengan menggunakan metode *multiple scales*. Dimana ekspansi yang digunakan merupakan orde  $\epsilon$  dan  $\epsilon^2$  dan diasumsikan gaya luar adalah  $\epsilon^2$ . Dari sini diperoleh persamaan autonomous

$$\frac{dR}{dT_1} = \frac{-\sin \Phi}{2\omega} \quad (14)$$

$$\frac{d\Phi}{dT_1} = \frac{-\cos \Phi}{2\omega R} - \sigma \quad (15)$$

Sehingga diperoleh

$$R \frac{d(\cos \Phi)}{dR} + \cos \Phi = -2\sigma\omega R \quad (16)$$

yang memiliki solusi

$$\cos \Phi = -\sigma\omega R + \frac{K_0}{R} \quad (17)$$

Dengan konstanta  $K_0$  ditentukan dari suatu nilai awal. Persamaan akan digunakan untuk menggambarkan bidang fasa.

Titik equilibrium dari persamaan autonomous adalah  $(R_0, \Phi_0)$  dimana

$$(R_0, \Phi_0) = \left( -\frac{\cos(n\pi)}{2\omega\sigma}, n\pi \right), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (18)$$

Matriks Jacobi dari persamaan autonomous dan adalah

$$J(R_0, \Phi_0) = \begin{pmatrix} 0 & -\cos(\Phi_0)/2\omega \\ \cos(\Phi_0)/2\omega R_0^2 & \sin(\Phi_0)\omega R_0^2 \end{pmatrix} \quad (19)$$

Selanjutnya untuk titik equilibrium  $\Phi = 0$  (*in-phase*) dan  $\Phi = \pi$  (*out-phase*) setelah disubstitusi ke matriks Jacobi, diperoleh nilai eigen adalah solusi dari persamaan

$$\lambda^2 + \sigma^2 = 0 \quad (20)$$

Sehingga untuk titik equilibrium  $\Phi = 0$  dan  $\Phi = \pi$  titik equilibrium berupa center. Pada penelitian ini hanya akan dianalisa kestabilan untuk nilai  $R_0$  positif. Nilai  $R_0$  akan positif pada saat

$$\sigma < 0 \Leftrightarrow (R_0, \Phi_0) = \left( \frac{1}{2\omega\sigma}, 0 \right) \quad (21)$$

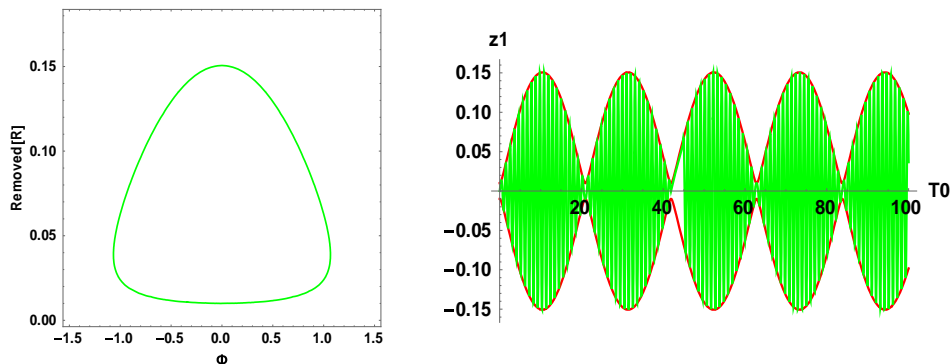
$$\sigma > 0 \Leftrightarrow (R_0, \Phi_0) = \left( \frac{1}{2\omega\sigma}, \pi \right) \quad (22)$$

Prilaku dari sistem akan dianalisa dengan memperhatikan plot dari

$$\tilde{z}_1(T_0) = R(\epsilon T_0) \sin(2\pi\sqrt{\eta}T_0 + \sigma\epsilon T_0 + \Phi(\epsilon T_0)) \quad (23)$$

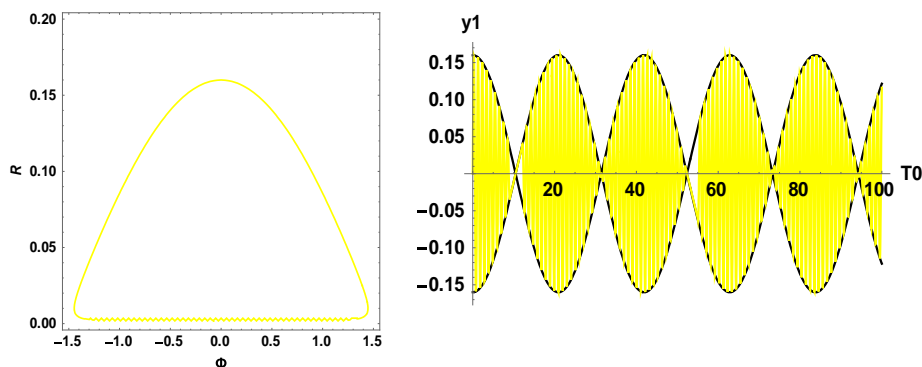
dan juga plot dari persamaan (17) yang merupakan bidang fasa dari sistem. Fungsi  $R$  dan  $\Phi$  diperoleh dari menyelesaikan persamaan (14) dan (15).

Plot bidang fase dan solusi dari sistem menggunakan software *Mathematica* memberikan hasil sebagai berikut: pada Gambar 5 kondisi awal  $(0,01; 0)$  sistem berosilasi dengan amplitudo  $R$  yang menaik dengan fase  $\Phi$  yang tetap naik sampai amplitudo menurun ke titik minimumnya dan kemudian lanjut berosilasi dengan fase yang menurun dengan amplitudo turun.

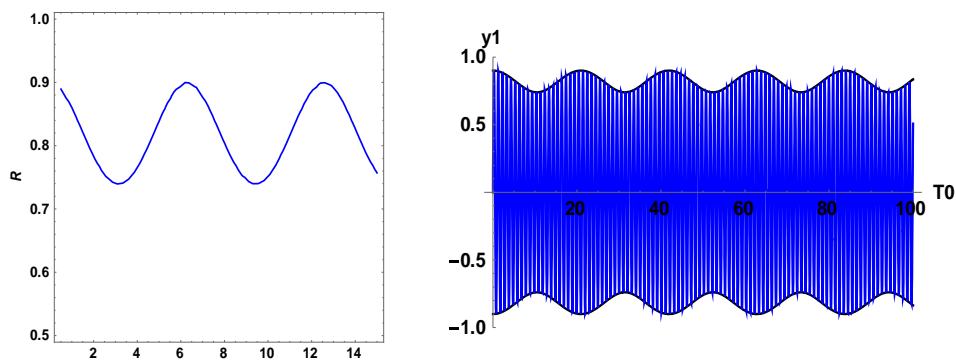


**Gambar 5.** Untuk  $\sigma = -1$  dan kondisi awal  $(0,01; 0)$ .  
 Kiri: Plot bidang fasa dari  $R$  vs  $\Phi$ . Kanan: Plot  $\tilde{z}_1(T_0)$ .

Ketika nilai awal dari amplitudo dinaikkan menjadi 0.16, sistem berosilasi dengan amplitudo yang turun sampai ke titik minimumnya dengan nilai fase berada di titik 1.6 kemudian sistem lanjut berosilasi dengan nilai fase meloncat ke titik  $-1.6$  seperti yang terlihat pada Gambar 6.



**Gambar 6.** Untuk  $\sigma = -1$  dan kondisi awal  $(0,16; 0)$ .  
 Kiri: Plot bidang fasa dari  $R$  vs  $\Phi$ . Kanan: Plot  $\tilde{z}_1(T_0)$



**Gambar 7.** Untuk  $\sigma = -1$  dan kondisi awal  $(0,9; 0)$ .  
 Kiri: Plot bidang fasa dari  $R$  vs  $\Phi$ . Kanan: Plot  $\tilde{z}_1(T_0)$ .



----- Jurnal Ilmiah :SOULMATH, Vol 7 (1), Maret 2019, Halaman 75 – 83 -----

Gambar 7. Memberikan penjelasan bahwa ketika kondisi awal dinaikkan lagi menjadi 0.9, sistem akan berosilasi dengan fase yang menaik dan amplitudo awal merupakan amplitudo maksimum dari sistem.

#### 4. KESIMPULAN

Penerapan metode *multiple scales* pada model *galloping* CALM ini memberikan keluaran persamaan diferensial biasa dari amplitudo dan fasa. Titik equilibrium yang diperoleh berupa center. Untuk nilai  $\sigma$  negative, jika nilai awal yang dipilih cukup dekat dengan titik equilibrium maka kabel *mooring* akan berosilasi periodik dengan nilai fase yang terbatas. Kemudian jika nilai awal yang dipilih sedikit lebih jauh dari titik equilibrium, maka kabel akan berosilasi dengan amplitudo awal merupakan amplitudo maksimum dan pertambahan nilai fase yang bergantung terhadap waktu.

#### 5. UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Direktorat Riset dan Pengabdian Masyarakat, Direktorat Jenderal Penguatan Riset dan Pengembangan Kementerian Riset, Teknologi, dan Pendidikan Tinggi (RISTEKDIKTI) yang telah memberikan dana untuk penelitian ini.

#### 6. DAFTAR PUSTAKA

- [1] E. B. Djatmiko dan J. A. R. Hakim, “Studi Pengaruh Gerak Semi-submersible Drilling Rig dengan Variasi Pre-tension Mooring Line terhadap Keamanan Drilling Riser,” vol. 1, hlm. 6, 2012.
- [2] B. A. Aditya, W. Wardhana, dan A. Sulistyono, “Analisa Seakeeping FPSO Dengan Sistem Tambat Turret Mooring,” hlm. 9.
- [3] M. F. van Sluijs dan J. J. Blok, “The Dynamic Behavior Of Mooring Lines,” dalam *Offshore Technology Conference*, Houston, Texas, 1977.
- [4] Y. Mindong dan T. Bin, “Static and Dynamic Analysis of Mooring Lines by Nonlinear Finite Element Method,” *China Ocean Eng.*, vol. 24, no. 3, hlm. 417–430, 2010.
- [5] E. Arfi, “Penerapan Metode Multiple Scales untuk Masalah Galloping pada Dua Spans Kabel Transmisi,” hlm. 9, 2015.
- [6] SBM Offshore, “Catenary Anchor Leg Mooring (CALM).”
- [7] F. A. Howes, “Introduction to Perturbation Techniques (Ali Hasan Nayfeh),” *SIAM Rev.*, vol. 24, no. 3, hlm. 355–356, Jul 1982.