

## Penerapan Modifikasi Fraktal Segitiga Sierpinski pada Ragam Hias Geometris Tumpal

Miftahur Ro'ifah\*

Universitas PGRI Argopuro Jember – Jl. Jawa No. 10, Jember 68121

\*Penulis Korespondensi : email: [miftahurroifah@ikipjember.ac.id](mailto:miftahurroifah@ikipjember.ac.id)

Diterima: 27 September 2021, Direvisi: 11 November 2021, Disetujui : 4 Januari 2022

### Abstract

*Sierpinski's triangular fractal is a linear fractal that has self-similarity, which is identical until infinite iterations. This research aims to develop the Tumpal geometric ornaments with the implementation of modified Sierpinski's triangular fractal. There are three algorithms that will be used. First, an algorithm to modify the Sierpinski triangle. The isosceles triangle is divided into nine congruent triangles. Then randomly selected several triangles to be left blank. Do the same way to the triangle that still exists until some iteration. Second, modeling the base frames. Third, fill the basic frame from the second algorithm with the modified Sierpinski's triangular fractal from the first algorithm into a motif. The results are various Tumpal geometric motifs with the implementation of modified Sierpinski's triangular fractal.*

**Keywords:** linear fractal, Sierpinski's triangular fractal, ornament, Tumpal geometric

### Abstrak

*Fraktal segitiga Sierpinski merupakan fraktal linier yang memiliki sifat self-similarity, yaitu identik sampai pada iterasi tak terhingga. Penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan ragam hias geometris Tumpal dengan penerapan modifikasi fraktal segitiga Sierpinski. Ada tiga algoritma yang akan digunakan. Pertama, algoritma yang bertujuan untuk memodifikasi segitiga Sierpinski. Data awal berupa segitiga samakaki yang dibagi menjadi sembilan segitiga kongruen. Kemudian dipilih secara acak beberapa segitiga yang akan dikosongkan. Pada segitiga yang masih berisi dilakukan hal yang sama. Kedua, modelisasi bingkai dasar. Ketiga, mengisi bingkai dasar hasil algoritma kedua dengan modifikasi segitiga Sierpinski hasil algoritma pertama sehingga menjadi sebuah motif. Hasil penelitian yang diperoleh adalah beragam motif geometris Tumpal dengan penerapan modifikasi segitiga Sierpinski.*

**Kata Kunci:** fraktal linier, segitiga Sierpinski, ragam hias, geometris Tumpal

## 1. PENDAHULUAN

Sebuah kajian ilmu matematika yang mempelajari bentuk dimana di dalamnya terdapat sebuah proses pengulangan tanpa batas dan sifat keserupaan diri (*self-similarity*) disebut fraktal. Keserupaan diri (*self-similarity*) merupakan keadaan dimana bentuk dan karakteristik suatu bagian dari fraktal tersebut identik dengan bentuk dan karakteristik fraktal secara keseluruhan. Fraktal diklasifikasikan dalam dua tipe, yaitu fraktal linier dan fraktal non-linier [1]. Fraktal linier memiliki keidentikan pada skala berapapun sampai tak terhingga. Fraktal ini dapat dibangkitkan dengan algoritma yang sesuai dengan kaidah pada geometri Euclid. Sedangkan fraktal non-linier dibangkitkan dengan fungsi dinamik non-linier. Contoh fraktal non-linier adalah himpunan Mandelbrot dan Julia, dimana kedua himpunan ini dapat dibangkitkan dengan fungsi kuadrat variabel kompleks, sedangkan salah satu contoh fraktal linier yaitu fraktal segitiga Sierpinski.

Segitiga Sierpinski dapat dibangkitkan dengan data awal sebuah segitiga samasisi yang berwarna tertentu. Lalu titik tengah masing-masing sisinya dihubungkan sehingga memperoleh segitiga yang ukuran sisinya setengah dari segitiga awal dan terletak di bagian tengahnya. Segitiga tersebut lalu dihilangkan dari segitiga awal. Selanjutnya, dilakukan proses serupa pada ketiga segitiga yang masih berisi warna. Lakukan algoritma tersebut sampai pada iterasi yang dikehendaki. Terdapat fakta pada setiap iterasi bahwa satu segitiga dibagi menjadi 4 (empat) segitiga kongruen (dengan ukuran sisi setengah dari segitiga awal) yang terdiri dari tiga segitiga berisi warna dan satu segitiga kosong yang dihilangkan [2] (Gambar 1).



**Gambar 1** Fraktal Segitiga Sierpinski

Ragam hias atau motif adalah bentuk dasar hiasan yang berulang hingga membentuk pola tertentu dalam suatu karya seni. Sejak jaman prasejarah, ragam hias geometris sudah dikenal sebagai motif dalam ornamen. Ragam hias geometris berkembang dari bentuk yang berulang, mulai dari pola yang paling sederhana sampai pola yang rumit [3]. Ada beberapa jenis ragam hias geometris di nusantara, salah satunya adalah ragam hias geometris Tumpal. Motif Tumpal merupakan ragam hias geometris yang mempunyai bentuk dasar segitiga samakaki. Motif Tumpal dapat dikreasikan sendiri dengan menyusun segitiga samakaki secara berderetan, dimana posisi ujung lancip dapat diletakkan di atas atau dapat disusun secara terbalik dengan ujung lancip berada di bawah. Motif tumpal dapat disajikan secara polos ataupun dibubuhi hiasan pada bagian tengah, seperti bintang, daun, bunga, atau pola lain. Pada umumnya, motif Tumpal dijadikan sebagai hiasan pinggiran yang dapat kita jumpai pada relief candi, kain batik, kerajinan kayu, dan masih banyak lagi [4]. Hal inilah yang menjadi latar belakang penulis dalam mengembangkan motif geometris Tumpal dengan menerapkan modifikasi fraktal segitiga Sierpinski sehingga dapat menghasilkan sebuah karya yang bernilai seni tinggi dan fungsional.

Telah dilakukan penelitian tentang aplikasi fraktal Sierpinski Carpet pada motif anyaman [5]. Hasilnya berupa motif anyaman yang bervariasi dengan menerapkan fraktal Sierpinski Carpet dimana pola dasarnya berbentuk persegi yang dibagi menjadi 5 x 5 bagian yang kongruen. Selain itu, telah dilakukan penelitian tentang simulasi pembangkitan fraktal Sierpinski

pada Matlab [6] yang menyajikan proses pembangkitan fraktal Sierpinski baik secara konvensional (sebelum dimodifikasi) maupun yang sudah dimodifikasi. Tulisan ini bertujuan membahas prosedur penerapan modifikasi fraktal segitiga Sierpinski dalam pengembangan motif geometris Tumpal. Dalam penelitian ini segitiga awal yang dibangkitkan adalah segitiga samakaki yang dibagi menjadi sembilan segitiga kongruen. Sedangkan segitiga yang dihilangkan dapat dipilih secara acak sehingga dapat diperoleh berbagai macam variasi motif.

## 2. METODE PENELITIAN

Data awal yang digunakan pada segitiga Sierpinski konvensional (sebelum dimodifikasi) adalah segitiga samasisi yang titik tengah masing-masing sisinya dihubungkan sehingga diperoleh 4 (empat) segitiga yang ukuran sisinya setengah dari segitiga awal. Sedangkan dalam penelitian ini data awal yang digunakan adalah segitiga samakaki (sesuai dengan bentuk dasar motif Tumpal) yang dibagi menjadi 9 (sembilan) segitiga kongruen. Adapun prosedur untuk membuat variasi ragam hias geometris Tumpal dari modifikasi segitiga Sierpinski terbagi menjadi tiga tahapan, yaitu:

### 1) Memodifikasi segitiga Sierpinski

- a. Ditetapkan data awal berupa segitiga samakaki berwarna tertentu dengan titik sudut  $A(x_a, y_a)$ ,  $B(x_b, y_b)$ ,  $C(x_c, y_c)$  serta memiliki perbandingan panjang alas dan tinggi yaitu 1 : 2.
- b. Bagi setiap sisi segitiga samakaki tersebut menjadi 3 (tiga) bagian sama panjang.
- c. Hubungkan titik pembagi sisinya yang bersesuaian sehingga diperoleh 9 (sembilan) segitiga kongruen yang ukuran sisinya sepertiga dari segitiga awal.
- d. Hapus secara acak segitiga-segitiga yang dikehendaki (tidak harus segitiga tengah seperti pada segitiga Sierpinski konvensional).
- e. Lakukan proses serupa pada segitiga yang masih berisi warna, begitu seterusnya sampai iterasi yang telah ditentukan.

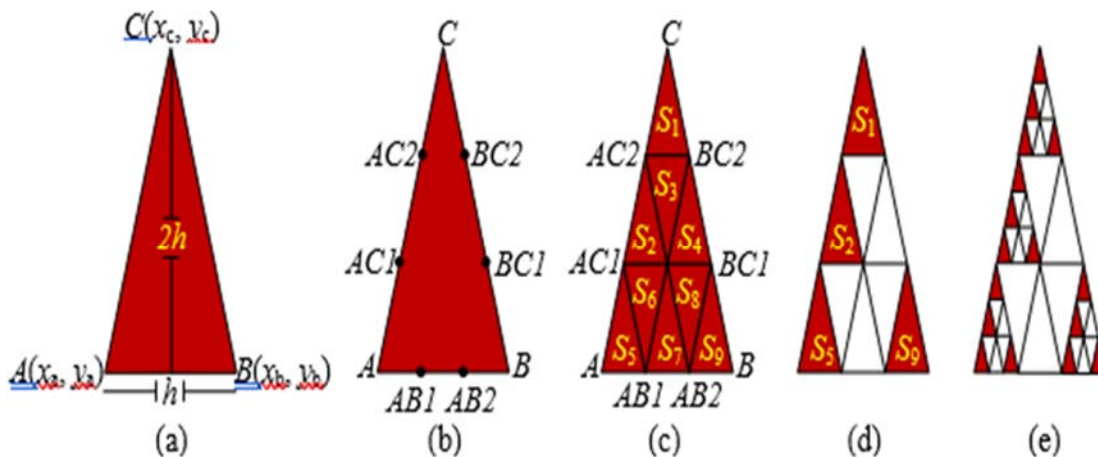
2) Memodelkan bingkai dasar. Dalam hal ini membuat 3 (tiga) macam bingkai dasar yaitu bingkai dasar tunggal, bingkai dasar bersusun, dan bingkai dasar zig-zag.

3) Mengisi bingkai dasar hasil (2) dengan modifikasi segitiga Sierpinski hasil (1). Dalam hal ini terdapat 2 (dua) cara pengisian yaitu pengisian dengan motif tunggal (satu motif) dan pengisian dengan motif campuran (lebih dari satu motif).

### 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

#### 1) Modifikasi Segitiga Sierpinski

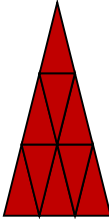
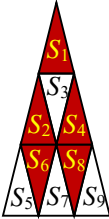
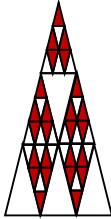

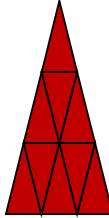
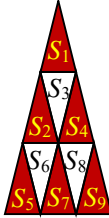
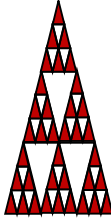
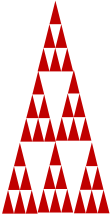
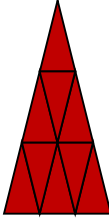
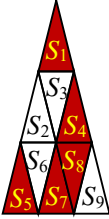
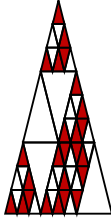

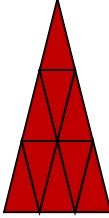
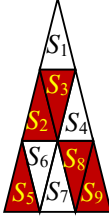
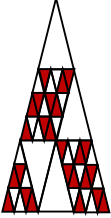

1. Ditetapkan data awal berupa segitiga samakaki berwarna tertentu dengan titik sudut  $A(x_a, y_a)$ ,  $B(x_b, y_b)$ ,  $C(x_c, y_c)$  serta panjang alas  $h$  dan tinggi  $2h$  sehingga memiliki perbandingan panjang alas dan tinggi yaitu  $1 : 2$ . (Gambar 2a).
2. Bagi setiap sisi segitiga samakaki tersebut menjadi 3 (tiga) bagian sama panjang sehingga diperoleh 6 (enam) titik pembagi  $AB1(x_{ab1}, y_{ab1})$ ,  $AB2(x_{ab2}, y_{ab2})$ ,  $AC1(x_{ac1}, y_{ac1})$ ,  $AC2(x_{ac2}, y_{ac2})$ ,  $BC1(x_{bc1}, y_{bc1})$ , dan  $BC2(x_{bc2}, y_{bc2})$  (Gambar 2b).
3. Hubungkan titik pembagi sisinya sehingga diperoleh 6 (enam) segmen garis yaitu  $\overline{AB1.AC1}$ ,  $\overline{AB1.BC2}$ ,  $\overline{AB2.AC2}$ ,  $\overline{AB2.BC1}$ ,  $\overline{AC1.BC1}$ , dan  $\overline{AC2.BC2}$  yang membagi segitiga awal menjadi 9 (sembilan) segitiga kongruen yang ukuran sisinya sepertiga dari segitiga awal yaitu segitiga  $S_1, S_2, S_3, \dots, S_9$  (Gambar 2c). Selanjutnya sampai langkah ini disebut iterasi ke-0.
4. Hapus secara acak segitiga-segitiga yang dikehendaki (tidak harus segitiga tengah seperti pada segitiga Sierpinski konvensional), sebagai contoh segitiga yang dihapus adalah  $S_3, S_4, S_6, S_7$ , dan  $S_8$  (Gambar 2d). Selanjutnya langkah ini disebut iterasi ke-1.
5. Lakukan proses serupa pada segitiga yang masih berisi warna sampai pada iterasi tertentu, dalam hal ini ditetapkan sampai iterasi ke-2 (Gambar 2e).



**Gambar 2** Pembagian Interior Segitiga

Selanjutnya diberikan beberapa contoh hasil modifikasi fraktal segitiga Sierpinski yang disajikan dalam Tabel 1 sebagai gambaran variasi motif yang dihasilkan pada proses modifikasi ini.

**Tabel 1** Contoh Hasil Modifikasi Segitiga Sierpinski sampai Iterasi Ke-2

Contoh	Iterasi 0	Iterasi 1	Iterasi 2	Motif
1				
2				
3				
4				

Pada Tabel 1 diberikan 4 (empat) contoh motif yang dihasilkan dari proses modifikasi yang prosedurnya sudah dijelaskan pada langkah (1) sampai (5). Uraian detailnya dijelaskan sebagai berikut.

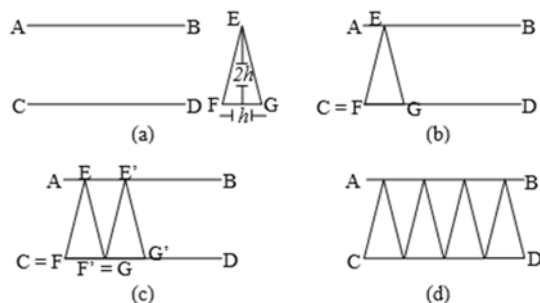
- Penghapusan segitiga-segitiga  $S_3$ ,  $S_5$ ,  $S_7$ , dan  $S_9$  pada contoh 1 menghasilkan motif seperti motif pada kain tenun.
- Penghapusan segitiga-segitiga  $S_3$ ,  $S_6$ , dan  $S_8$  pada contoh 2 menghasilkan motif yang hampir sama dengan segitiga Sierpinski konvensional, hanya saja dalam hal ini data awal yang digunakan adalah segitiga samakaki yang dibagi menjadi 9 (Sembilan) segitiga kongruen.
- Pada contoh 3 dan 4, penghapusan segitiga dilakukan secara asimetris sehingga menghasilkan motif yang lebih abstrak bentuknya.

## 2) Model Bingkai Dasar

Beberapa motif yang diperoleh dari modifikasi segitiga Sierpinski pada tahapan pertama, selanjutnya disusun pada bingkai dasar dengan alternatif model sebagai berikut.

### a) Bingkai Dasar Tunggal

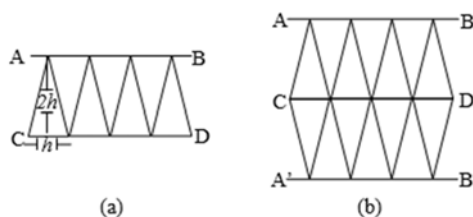
1. Diberikan dua buah segmen garis sejajar  $\overline{AB}$ ,  $\overline{CD}$ , dan sebuah segitiga samakaki EFG dengan panjang alas  $h$  dan tinggi  $2h$  sehingga memiliki perbandingan panjang alas dan tinggi yaitu  $1 : 2$  (Gambar 3a).
2. Letakkan  $\triangle EFG$  di antara  $\overline{AB}$  dan  $\overline{CD}$  sehingga titik C pada garis  $\overline{CD}$  berimpit dengan titik F pada  $\triangle EFG$  (Gambar 3b).
3. Duplikasi  $\triangle EFG$ , kemudian geser hasil duplikasi ke kanan dengan translasi  $\begin{pmatrix} h \\ 0 \end{pmatrix}$  sehingga titik F' berimpit dengan titik G (Gambar 3c).
4. Lakukan langkah 3 berulang kali sampai membentuk sebuah bingkai dasar tunggal (Gambar 3d).



**Gambar 3** Bingkai Dasar Tunggal

### b) Bingkai Dasar Bersusun

1. Diberikan sebuah bingkai dasar tunggal seperti pada bagian (a) (Gambar 4a).
2. Cerminkan bingkai tersebut dengan refleksi  $\begin{pmatrix} 0 \\ x_c - 2h \end{pmatrix}$  sehingga membentuk bingkai dasar bersusun (Gambar 4b).

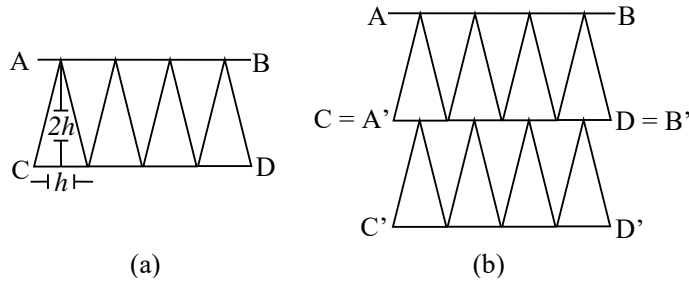


**Gambar 4** Bingkai Dasar Bersusun

c) Bingkai Dasar Zig-Zag

1. Diberikan sebuah bingkai dasar tunggal seperti pada bagian (a) (Gambar 5a).
2. Duplikasi bingkai dasar tunggal bagian (1), kemudian geser hasil duplikasi ke bawah

dengan translasi  $\begin{pmatrix} 0 \\ -2h \end{pmatrix}$  sehingga titik A' berimpit dengan titik C (Gambar 5b).



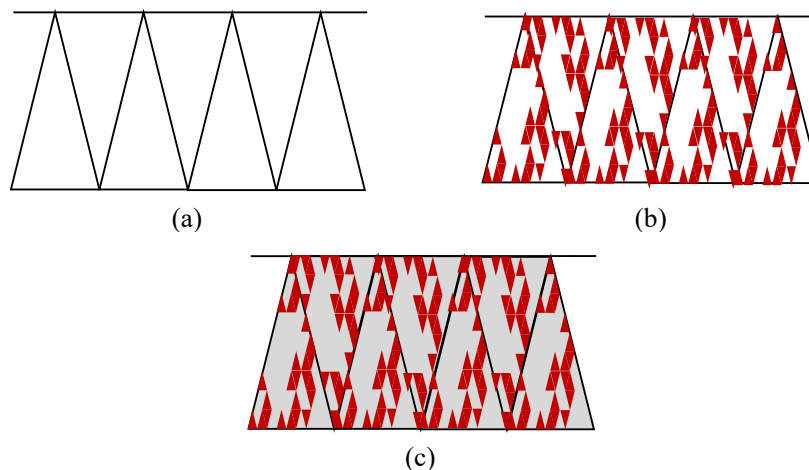
(a) (b)  
**Gambar 5** Bingkai Dasar Zig-Zag

**3) Pengisian Bingkai Dasar**

Dasar yang digunakan dalam prosedur ini adalah jumlah motif hasil modifikasi fraktal segitiga Sierpinski yang dapat diterapkan untuk mengisi ketiga macam bingkai dasar pada bagian (2).

a) Motif Tunggal

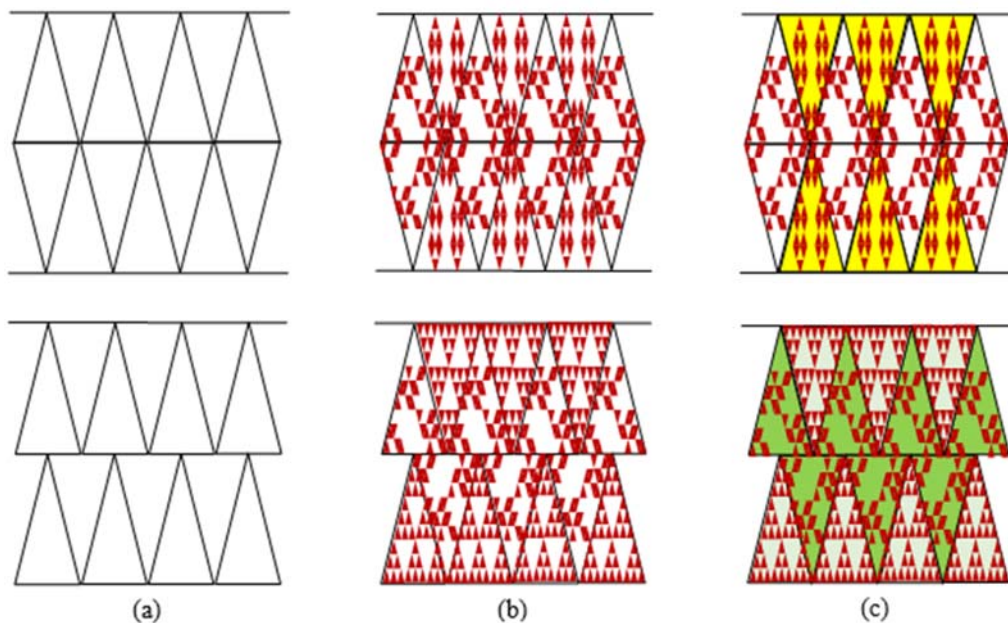
1. Diberikan sebuah model bingkai dasar (Gambar 6a).
2. Isikan satu motif hasil modifikasi fraktal segitiga Sierpinski (Gambar 6b).
3. Berikan warna pada latar belakang bingkai dengan warna tertentu, misalnya abu-abu (Gambar 6c).



**Gambar 6** Contoh Motif Tunggal

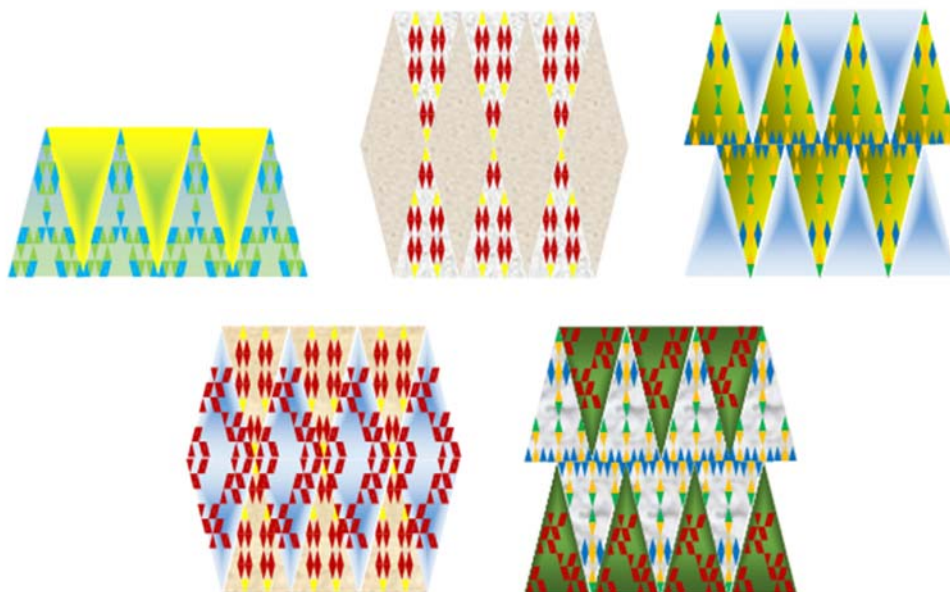
b) Motif Campuran

1. Diberikan sebuah model bingkai dasar (Gambar 7a).
2. Isikan dua atau lebih motif hasil modifikasi fraktal segitiga Sierpinski (Gambar 7b).
3. Warnai latar belakang bingkai dengan kombinasi warna tertentu (Gambar 7c).



**Gambar 7** Contoh Motif Campuran

Selanjutnya diberikan beberapa contoh hasil pengisian bingkai dasar dengan menerapkan modifikasi fraktal segitiga Sierpinski pada Gambar 8.



**Gambar 8** Ragam Hias Geometris Tumpal



Contoh pada baris pertama merupakan contoh aplikasi motif tunggal dengan pemilihan segitiga yang dihapus dilakukan secara simetris. Sedangkan pada baris kedua merupakan contoh aplikasi motif campuran dengan pemilihan segitiga yang dihapus dilakukan secara simetris dan asimetris. Pemilihan warna latar belakang bingkai dasar tidak hanya dengan warna solid, tetapi juga dapat diwarnai dengan warna bergradasi ataupun bertekstur agar menambah nilai seni dan artistik pada motif yang dihasilkan.

#### 4. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan didapatkan beragam variasi motif fraktal dengan algoritma sebagai berikut. Pertama, membangkitkan segitiga samakaki dengan warna tertentu kemudian dibagi menjadi sembilan segitiga kongruen, selanjutnya segitiga yang dihilangkan atau diganti dengan warna lain dapat dipilih secara acak sehingga dapat diperoleh berbagai macam variasi motif. Kedua, modelisasi bingkai dasar yaitu bingkai dasar tunggal, bersusun, dan zig-zag. Ketiga, merancang desain motif fraktal dengan mengisi bingkai dasar yang diperoleh dari tahapan kedua dengan modifikasi segitiga Sierpinski yang diperoleh dari tahapan pertama.

Saran dari penulis untuk penelitian selanjutnya adalah motif-motif yang dihasilkan tidak hanya dari modifikasi segitiga Sierpinski melainkan dapat digunakan fraktal-fraktal lain sehingga dapat diperoleh motif-motif yang lebih variatif dan indah.

#### 5. UCAPAN TERIMA KASIH

Ucapan terima kasih penulis sampaikan kepada pihak institusi tempat dimana penulis mengabdikan yaitu Universitas PGRI Argopuro Jember dan semua pihak yang berperan baik secara langsung maupun secara tidak langsung dalam proses penyusunan artikel ini yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu.

#### 6. DAFTAR PUSTAKA

- [1] G. Edgar, *Measure, Topology, and Fractal Geometry*. Ohio: Springer, 2008.
- [2] K. D. Purnomo, "Pembangkitan Segitiga Sierpinski Dengan Transformasi Affine Berbasis Beberapa Benda Geometris," *Pros. Semin. Nas. Mat. Univ.*, pp. 365–375, 2014.
- [3] B. Cendrakasih, "Pengembangan dan penerapan ragam hias geometris tumpal pada kotak perhiasan," pp. 602–611, 2017, [Online]. Available: <http://eprints.uny.ac.id/id/eprint/53153>.
- [4] E. S. P. Giri, *Ragam Hias Kreasi*. Yogyakarta: Universitas Negeri Yogyakarta, 2004.
- [5] O. Suria, M. Kartika, and W. Kusuma, "Membuat Motif Anyaman Bervariasi Dengan

Menggunakan Fraktal Sierpinski Carpet,” *SENTIKA*, pp. 511–519, 2014.

- [6] Z. Zhu and E. Dong, “Simulation of sierpinski-type fractals and their geometric constructions in matlab environment,” *WSEAS Trans. Math.*, vol. 12, no. 10, pp. 992–1000, 2013.