

Estimasi Tingkat Aktivasi Virus COVID-19 dengan Menggunakan Metode Kalman Filter (Studi Kasus: di Provinsi Jawa Timur)

Tahiyatul Asfihani^{1)*}, Choiriyah Sapta Agustina²⁾, Ahmad Ulul Hazmi³⁾

^{1,2,3}Departemen Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember – Sukolilo, Surabaya, Indonesia

* Penulis Korespondensi : email: t_asfihani@matematika.its.ac.id

Diterima: 19 Januari 2022, Direvisi: 7 Februari 2022, Disetujui: 21 Februari 2022

Abstract

COVID-19 is a concern in several countries because the rate of spread is fast enough to cause many deaths. COVID-19 is a disease caused by SARS-Cov-2. In this study, the SARS-Cov-2 activation rate was estimated using the Kalman Filter. The SARS-Cov-2 activation rate is the rate of change of the exposed class (Exposed) who completed the incubation period into the infected class (Infected). The spread of the COVID-19 disease was approached by the SEIR mathematical model. The SARS-Cov-2 activation rate is a parameter of SEIR's mathematical model of COVID-19 spread. The simulation results show that the SARS-Cov-2 activation rate in East Java in October 2021 is 0.563. The RMSE value that indicates the level of accuracy of the estimation process is 0,08.

Keywords: COVID-19, Parameter Estimation, Kalman Filter, East Java

Abstrak

COVID-19 menjadi perhatian di beberapa negara karena tingkat penyebarannya cukup cepat hingga mengakibatkan banyak kematian. COVID-19 merupakan penyakit yang disebabkan oleh virus SARS-Cov-2. Pada penelitian ini, tingkat aktivasi SARS-Cov-2 diestimasi menggunakan Kalman Filter. Tingkat aktivasi SARS-Cov-2 adalah tingkat perubahan individu terpapar (Exposed) yang selesai masa inkubasi dan masuk ke dalam kelas yang terinfeksi (Infected). Penyebaran penyakit COVID-19 didekati dengan model matematika SEIR. Tingkat aktivasi SARS-Cov-2 merupakan parameter dari model matematika penyebaran COVID-19 SEIR. Hasil simulasi menunjukkan bahwa tingkat aktivasi SARS-Cov-2 di Jawa Timur pada Oktober 2021 bernilai 0,563. Tingkat keakuratan proses estimasi ditunjukkan melalui nilai RMSE sebesar 0,08.

Kata Kunci: COVID-19, Estimasi Parameter, Kalman Filter, Provinsi Jawa Timur.

1. PENDAHULUAN

Munculnya wabah COVID-19 yang melanda dunia telah menjadi perhatian berbagai pihak karena cepatnya tingkat penyebaran wabah dan banyaknya kasus kematian yang terjadi. Beberapa kajian mulai dilakukan untuk mempelajari karakteristik penyakit ini, seperti cara penyebaran, kemampuan bertahan di beberapa media, dan zat-zat kimia yang dapat digunakan untuk melumpuhkan virus tersebut [1].

Di Indonesia, temuan kasus COVID-19 pertama terkonfirmasi pada 2 Maret 2020 [2]. Pemerintah Indonesia melakukan pembatasan pergerakan ke dalam dan luar negeri hingga pergerakan antar pulau dan menerapkan pola bekerja dari rumah (*work from home*). Para peneliti pun bereaksi atas pandemi tersebut dengan melakukan berbagai riset, salah satu yang populer pada

bidang matematika epidemiologi adalah pemodelan matematika penyebaran COVID-19 dan prediksi puncak dari wabah COVID-19 di Indonesia. Pemodelan matematika telah banyak diaplikasikan pada berbagai kasus dalam kehidupan sehari-hari, salah satunya dalam bidang epidemiologi. Matematika memiliki peran yang sangat penting dalam mempelajari dinamika suatu wabah penyakit, mulai dari kajian pencarian sumber, penyebaran, prediksi pola, hingga strategi penanganannya. Bidang kajian ini biasa disebut dengan matematika epidemiologi. Salah satu pemodelan matematika penyebaran COVID-19 yaitu pemodelan matematika SEIR. Penelitian mengenai analisis kestabilan model SEIR COVID-19 dengan parameter vaksinasi pernah dilakukan oleh Jannah, dkk. Pada penelitiannya, didapatkan hasil bahwa model SEIR dengan parameter vaksinasi memiliki titik ekuilibrium yang stabil asimtotik [3].

Beberapa peneliti terdahulu telah banyak mengembangkan dan mengkaji tentang estimasi parameter model matematika COVID-19, diantaranya yaitu Xiaowei Chen, dkk yang membahas model matematika SIR COVID-19 di Provinsi Hubei [4]. Berdasarkan penelitiannya menunjukkan bahwa kebijakan *lockdown* mencapai efisiensi hampir 100%. Trudinger, dkk melakukan penelitian mengenai estimasi parameter pada model biogeokimia menggunakan metode Kalman Filter [5]. Pada penelitiannya membandingkan estimasi menggunakan Kalman Filter dengan modifikasi *Ensemble Kalman Filter* (EnKF), dimana hasilnya EnKF bekerja paling baik untuk model sistem, karena estimasi parameter EnKF bergantung pada estimasi kovarians (ukuran *ensemble*).

Model matematika yang digunakan dalam paper ini merujuk pada penelitian Zubair Ahmad, dkk yaitu model SEIR COVID-19 di Pakistan [6]. Pada penelitian ini membahas estimasi parameter tingkat aktivasi SARS-Cov-2 dengan menggunakan metode Kalman Filter. Tingkat aktivasi SARS-Cov-2 adalah tingkat perubahan individu terpapar (*Exposed*) yang selesai masa inkubasi dan masuk ke dalam kelas yang terinfeksi (*Infected*). Data yang digunakan adalah data penyebaran COVID-19 di Provinsi Jawa Timur bulan Januari hingga Oktober 2021. Jawa Timur merupakan salah satu provinsi dengan laju penyebaran virus COVID-19 yang cukup masif.

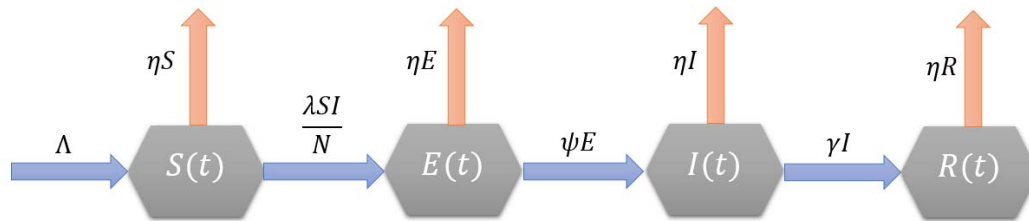
2. METODE PENELITIAN

Model Matematika Penyebaran Covid-19

Model matematika untuk penyebaran virus COVID-19 yang diusulkan pada penelitian ini mengacu pada penelitian Zubair Ahmad, dkk [6]. Model matematika untuk permasalahan ini terdiri atas empat subpopulasi yaitu *Susceptible* (S), *Exposed* (E), *Infected* (I) dan *Recovery* (R). *Susceptible* (S) yaitu jumlah individu yang sehat dan rentan terhadap penyakit COVID-19, *Exposed* (E) yaitu jumlah individu yang terpapar virus COVID-19 namun tidak menunjukkan

gejala. *Infected* (I) yaitu jumlah individu yang terkonfirmasi terinfeksi virus COVID-19, serta *Recovery* (R) yaitu jumlah individu yang telah sembuh dari COVID-19.

Terdapat beberapa asumsi yang diberikan dalam model ini, antara lain: (1) adanya penambahan jumlah individu rentan yang dinotasikan Λ ke dalam sistem. (2) Transmisi virus pada subpopulasi jumlah individu yang rentan terhadap individu yang menunjukkan gejala diakibatkan adanya kontak langsung antara individu rentan dengan individu terinfeksi. Adapun laju interaksi antara individu rentan dengan individu terinfeksi dinotasikan sebagai λ . (3) Individu yang dinyatakan terinfeksi COVID-19 bertambah dengan tingkat sebesar ψ dan berkurang mengikuti tingkat kematian (η) serta tingkat kesembuhan sebesar γ . (4) Tingkat kematian pada setiap subpopulasi dinyatakan dengan η . (5) Semua parameter dalam model diasumsikan bernilai positif. Model kompartemen dari penyebaran COVID-19 ditunjukkan pada Gambar 1.



Gambar 1 Diagram kompartemen penyebaran COVID-19.

Tabel 1. Parameter Model Penyebaran COVID-19

Simbol	Definisi
Λ	Jumlah populasi kelahiran
λ	Laju interaksi antara individu rentan dengan individu terinfeksi
ψ	Tingkat aktivasi virus COVID-19
η	Tingkat kematian alami
γ	Tingkat kesembuhan dari COVID-19

Berdasarkan asumsi yang telah ditetapkan pada Gambar 1, diperoleh model matematika penyebaran COVID-19 yang direpresentasikan pada Persamaan (1)-(4).

$$\frac{dS}{dt} = \Lambda - \eta S - \frac{\lambda SI}{N} \quad (1)$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\lambda SI}{N} - \eta E - \psi E \quad (2)$$

$$\frac{dI}{dt} = \psi E - \eta I - \gamma I \quad (3)$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I - \eta R \quad (4)$$

dengan $N(t)$ merupakan jumlah populasi keseluruhan, dimana $N(t) = S(t) + E(t) + I(t) + R(t)$. Definisi dari parameter diberikan pada Tabel 1.

Estimasi Parameter Penyebaran COVID-19

Dalam paper ini, dilakukan estimasi parameter tingkat aktivasi virus COVID-19 dengan menggunakan metode Kalman Filter. Metode ini telah diperkenalkan sejak tahun 1960 oleh R.E Kalman. Metode Kalman Filter merupakan algoritma yang dapat digunakan untuk mengestimasi sistem linier diskrit [7]. Algoritma Kalman Filter ditunjukkan pada Tabel 2 dengan x_k adalah x pada saat k [8]. Pada Tabel 2, dalam tahap inisialisasi memerlukan nilai awal variabel dan parameter yang digunakan untuk mengestimasi tingkat aktivasi virus COVID-19.

Tabel 2. Algoritma Kalman Filter

No	Keterangan	Model
1	Model Sistem	$x(k + 1) = Ax(k) + Bu(k) + Gw(k)$
2	Model Pengukuran	$z(k) = Hx(k) + v(k)$
3	Asumsi	$x_0 \sim N(\bar{x}_0, P_{x_0}), w_k \sim N(0, Q_k), v_k \sim N(0, R_k)$
4	Inisialisasi	$\hat{X}_0 = \bar{X}_0, P_0 = P_{x_0}$
5	Tahap Prediksi	(Estimasi: $\hat{X}_{k+1}^- = A_k \hat{x}_k + Bu_k$) (Kovarian Error : $P_{k+1}^- = A_k P_k A_k^T + G_k Q_k G_k^T$)
6	Tahap Koreksi	(Kalman Gain : $K_{k+1} = P_{k+1}^- H^T (H P_{k+1}^- H^T + R)^{-1}$), (Estimasi : $\hat{X}_{k+1} = \hat{X}_{k+1}^- + K_{k+1} (z_{k+1} - H \hat{X}_{k+1}^-)$) (Kovarian Error : $P_{k+1} = [I - K_{k+1} H_{k+1}] P_{k+1}^-$ $[I - K_{k+1} H_{k+1}]^T + K_{k+1} R_{k+1} K_{k+1}^T$)

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Model matematika penyebaran COVID-19 pada Persamaan (1)-(4) adalah model matematika taklinier. Dalam Kalman Filter sistem yang digunakan sistem linier diskrit. Oleh karena itu model matematika dilinierkan terlebih dahulu. Pelinieran dilakukan dengan mendapatkan matriks Jacobian. Matriks Jacobian dari sistem Persamaan (1)-(4) diperoleh sebagai berikut

$$J = \begin{bmatrix} -\eta - \frac{(-\lambda I^* N^* + \lambda S^* I^*)}{N^{*2}} & \frac{\lambda S^* I^*}{N^{*2}} & \frac{(-\lambda S^* N^* + \lambda S^* I^*)}{N^{*2}} & \frac{\lambda S^* I^*}{N^{*2}} \\ \frac{(\lambda I^* N^* - \lambda S^* I^*)}{N^{*2}} & \frac{-\lambda S^* I^*}{N^{*2}} - \eta - \psi & \frac{\lambda S^* N^* - \lambda S^* I^*}{N^{*2}} & \frac{-\lambda S^* I^*}{N^{*2}} \\ \mathbf{0} & \psi & \eta - \gamma & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \gamma & -\eta \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Pendiskritan dilakukan dengan menggunakan Metode Euler. Model SEIR hasil pendiskritan dengan metode Euler ditunjukkan pada Persamaan (6)-(9).

$$S^{k+1} = (-\eta S^k - \lambda E^k) \Delta t + S^k \quad (6)$$

$$E^{k+1} = ((-\eta - \psi) E^k + \lambda I^k) \Delta t + E^k \quad (7)$$

$$I^{k+1} = (\lambda\psi E^k + (\eta - \gamma)I^k)\Delta t + I^k \quad (8)$$

$$R^{k+1} = (\gamma I^k - \eta R^k)\Delta t + R^k \quad (9)$$

Sehingga, sistem linier diskrit dari sistem taklinier pada Persamaan (1)-(4) diberikan sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} S(k+1) \\ E(k+1) \\ I(k+1) \\ R(k+1) \end{bmatrix} = J(k) \begin{bmatrix} S(k) \\ E(k) \\ I(k) \\ R(k) \end{bmatrix}$$

dengan $J(k)$ adalah matriks Jacobian pada Persamaan (5), $S^* = \hat{S}(k)$, $E^* = \hat{E}(k)$, $I^* = \hat{I}(k)$ dan $R^* = \hat{R}(k)$. Nilai $\hat{S}(k)$ adalah nilai estimasi S dengan Kalman Filter pada waktu k .

Dalam paper ini, data yang digunakan adalah data penyebaran COVID-19 di Provinsi Jawa Timur pada rentang waktu Januari sampai Oktober 2021 [9]. Parameter yang diestimasi adalah tingkat aktivasi virus COVID-19 (ψ), dengan asumsi bahwa perubahan nilai parameter tersebut adalah nol ($\dot{\psi} = 0$) [10]. Sehingga, model matematika stokastik linier diskrit diberikan pada Persamaan (10).

$$\begin{bmatrix} S(k+1) \\ E(k+1) \\ I(k+1) \\ R(k+1) \\ \psi(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J(k) & 0_{1 \times 1} \\ 0_{1 \times 4} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S(k) \\ E(k) \\ I(k) \\ R(k) \\ \psi(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ \omega_4 \\ \omega_5 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Selanjutnya dilakukan analisis dan simulasi numerik Persamaan (10) untuk mendapatkan estimasi variabel dan parameter tingkat aktivasi virus COVID-19 (ψ) dengan menggunakan Kalman Filter. Berdasarkan pada data, variabel yang diukur adalah jumlah individu terinfeksi (I). Nilai awal variabel dan parameter diberikan pada Tabel 3. Asumsi nilai awal pada Tabel 3 didapatkan dari data penyebaran COVID-19 di Provinsi Jawa Timur pada bulan Januari sampai Oktober 2021. Nilai nilai awal R adalah 0,001 dan nilai awal P, Q yang digunakan dalam Kalman Filter adalah

$$P = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,001 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,001 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,001 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 100 \end{bmatrix} \text{ dan } Q = \begin{bmatrix} 0,01 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Data individu terinfeksi COVID-19, sembuh dari COVID-19 dan meninggal akibat COVID-19 di Provinsi Jawa Timur pada bulan Januari-Oktober 2021 diberikan pada Gambar 2. Gambar 3 menunjukkan bahwa perbandingan data dan estimasi individu yang terinfeksi COVID-19 dengan

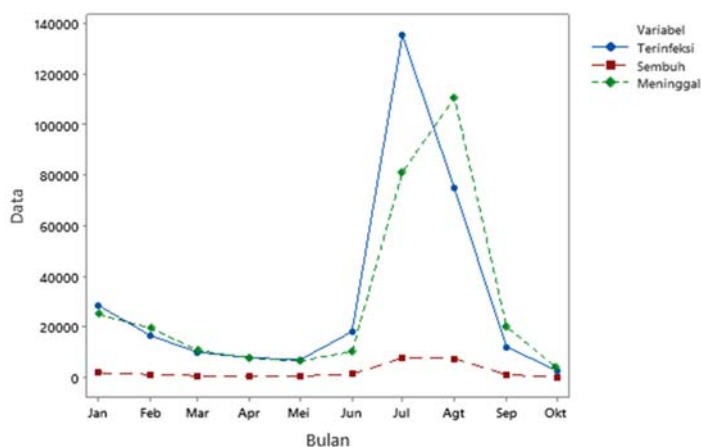
nilai *Root mean Square Error* (RMSE) 0,08. RMSE didapatkan dengan menggunakan rumus pada Persamaan (11).

$$RMSE = \left(\frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{n} \right)^{1/2} \quad (11)$$

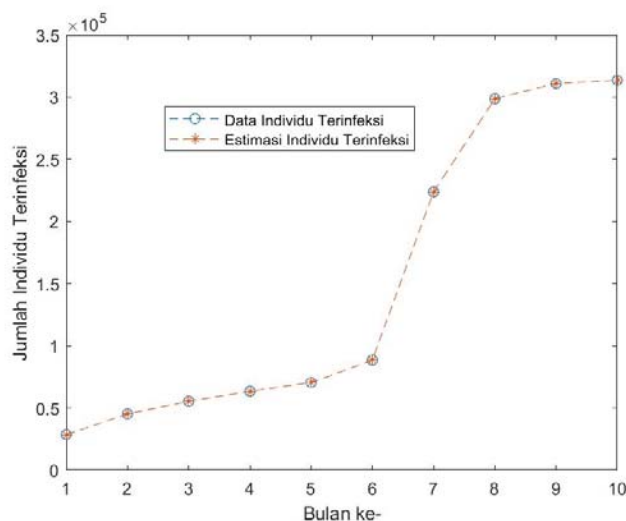
dimana, y_i merupakan nilai data kumulatif individu terinfeksi (I), \hat{y}_i adalah nilai estimasi kumulatif individu terinfeksi, serta n menunjukkan banyaknya data observasi.

Tabel 3. Nilai Awal Variabel dan Parameter

Parameter	Nilai Parameter	Variabel	Nilai
Λ	500.000	$S(0)$	40.429.874
η	0,467398542	$E(0)$	187.767
λ	0,034032641	$I(0)$	28.580
γ	0,037517789	$R(0)$	23.779
		$\psi(0)$	0,4950837

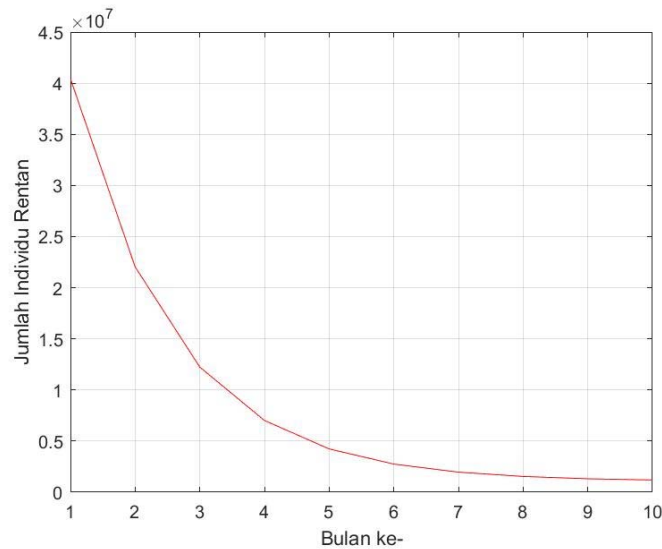


Gambar 2 Data COVID-19 di Provinsi Jawa Timur bulan Januari-Oktober 2021.

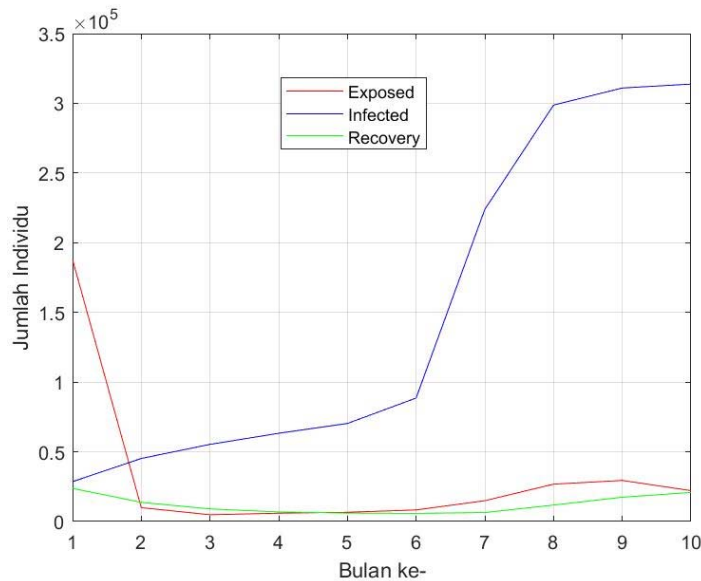


Gambar 3 Perbandingan Data dan Estimasi Kumulatif Bulanan Individu Terinfeksi.

Jumlah individu rentan COVID-19 ditunjukkan pada Gambar 4. Berdasarkan pada Gambar 4 terlihat bahwa jumlah individu rentan COVID-19 mengalami penurunan. Jumlah individu terpapar, terinfeksi dan sembuh akibat COVID-19 diberikan pada Gambar 5. Sedangkan hasil estimasi parameter laju interaksi antara individu rentan dan individu terinfeksi ditunjukkan pada Gambar 6.



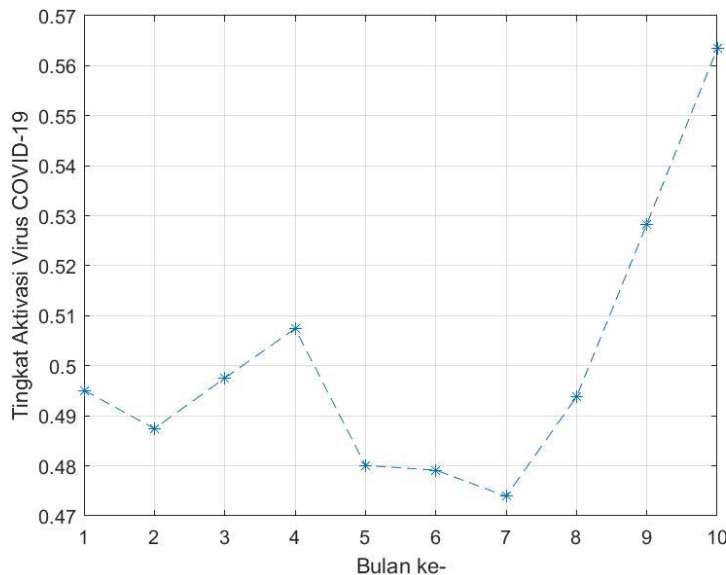
Gambar 4 Estimasi Jumlah Individu Rentan COVID-19



Gambar 5 Estimasi Jumlah Individu Terpapar, Terinfeksi dan Sembuh akibat COVID-19

Berdasarkan Gambar 6 didapatkan nilai estimasi parameter tingkat aktivasi virus COVID-19 pada bulan Oktober 2021 adalah 0,563. Pada bulan Januari-Oktober 2021 ditemukannya varian

baru virus COVID-19 yaitu varian Delta. Hasil estimasi parameter tingkat aktivasi virus COVID-19 bernilai cukup besar. Artinya tingkat kemunculan gejala penyakit COVID-19 cukup besar sehingga dibutuhkan fasilitas kesehatan yang memadai.



Gambar 6 Estimasi Parameter Tingkat Aktivasi Virus COVID-19.

4. KESIMPULAN

Nilai parameter tingkat aktivasi virus COVID-19 di Provinsi Jawa Timur didapatkan sebesar 0,563. Nilai parameter tingkat aktivasi virus termasuk dalam kategori cukup tinggi, sehingga diperlukan upaya pencegahan penyebaran penyakit, misalnya dengan menambah masa karantina. Dengan kata lain tingkat munculnya gejala akibat terpapar virus COVID-19 cukup besar. Hal tersebut menjadi catatan penting untuk Provinsi Jawa Timur bahwa ketersediaan fasilitas kesehatan harus ditingkatkan.

5. DAFTAR PUSTAKA

- [1] C. Godsil and G. F. Royle, *Algebraic Graph Theory*, 1st ed., vol. 207. New York: Springer Science & Business Media, 2001.
- [2] Satgas Covid-19, "Data Covid-19 di Indonesia," *Satuan Tugas Penanganan COVID-19*, 2020. <https://covid19.go.id/>.
- [3] M. Jannah, M. A. Karim, and Y. Yulida, "Analisis kestabilan model seir untuk penyebaran covid-19 dengan parameter vaksinasi," *BAREKENG J. Ilmu Mat. dan Terap.*, vol. 15, no. 3, pp. 535–542, 2021, doi: <https://ojs3.unpatti.ac.id/index.php/barekeng/article/view/3374>.
- [4] X. Chen, J. Li, C. Xiao, and P. Yang, "Numerical solution and parameter estimation for

- uncertain SIR model with application to COVID-19,” *Fuzzy Optim. Decis. Mak.*, vol. 20, no. 2, pp. 189–208, 2021.
- [5] C. M. Trudinger, M. R. Raupach, P. J. Rayner, and I. G. Enting, “Using the Kalman filter for parameter estimation in biogeochemical models,” *Environmetrics Off. J. Int. Environmetrics Soc.*, vol. 19, no. 8, pp. 849–870, 2008.
- [6] Z. Ahmad, M. Arif, F. Ali, I. Khan, and K. S. Nisar, “A report on COVID-19 epidemic in Pakistan using SEIR fractional model,” *Sci. Rep.*, vol. 10, no. 1, pp. 1–14, 2020.
- [7] L. Kleeman, “„Understanding and Applying Kalman Filter,“,” *Derpartement Electr. Comput. Syst. Eng. Clayt.*, 2007.
- [8] S. Subchan, A. Maulana Syafii, T. Asfihani, and D. Adzkiya, “Modified Kalman filter-based model predictive control for ship heading control with probabilistic constraints,” *Syst. Sci. & Control Eng.*, vol. 9, no. 1, pp. 109–116, 2021.
- [9] Pemprov Jatim, “Data Covid-19 Provinsi Jawa Timur,” 2020. infocovid19.jatimprov.go.id.
- [10] A. Hasan, E. R. M. Putri, H. Susanto, and N. Nuraini, “Data-driven modeling and forecasting of COVID-19 outbreak for public policy making,” *ISA Trans.*, 2021.

