

Penerapan Algoritma Floyd-Warshall pada Multigraf Fuzzy

Nahlia Rakhmawati^{1)*}, Debi Oktia Haryeni²⁾, Herolistra Baskoroputro³⁾

^{1,2,3}Departemen Matematika Universitas Indonesia,

*Penulis Korespondensi : email: nahlia.rakhmawati@ui.ac.id

Diterima : 19 Januari 2026, Direvisi : 30 Januari 2026, Disetujui : 31 Januari 2026

Abstract

Essentially, a network is too complex to be described as a simple graph. Therefore, in real life, it can be represented as a multigraph with edge or vertex weights. However, the edge or vertex weights of a network may not be real-valued. This is because a system in a network can be built on fuzzy numbers. This article discusses the determination of optimal paths using a modified Floyd Warshall algorithm on fuzzy multigraphs. There are two main modifications made to the Floyd Warshall algorithm: eliminating duplicate edges in the first iteration and determining path weights using fuzzy numbers as a weight function. The interpretation of this optimal path is the path with the largest weight function. The results of the study show that the optimal path obtained based on fuzzy multigraphs provides a reliable solution to the problem discussed in this article.

Keywords: fuzzy graph; modified Floyd Warshall algorithm; network; optimal path.

Abstrak

Pada dasarnya, sebuah jaringan terlalu kompleks untuk digambarkan sebagai sebuah graf sederhana, sehingga pada kehidupan sehari-hari jaringan tersebut dapat digambarkan sebagai sebuah multigraf dengan bobot sisi atau simpul. Namun, bobot sisi ataupun bobot simpul pada jaringan tersebut memungkinkan tidak bernilai real. Hal ini karena suatu system dalam jaringan dapat dibangun atas bilangan fuzzy. Artikel ini membahas mengenai penentuan lintasan optimal menggunakan algoritma Floyd Warshall modifikasi pada multigraf fuzzy. Terdapat dua modifikasi utama yang dilakukan pada algoritma Floyd Warshall yaitu melakukan eliminasi sisi ganda pada iterasi pertama dan penentuan bobot lintasan dalam bilangan fuzzy sebagai fungsi bobot. Interpretasi dari lintasan optimal ini adalah lintasan dengan fungsi bobot terbesar. Dari hasil penelitian didapatkan bahwa lintasan optimal yang diperoleh berdasarkan multigraf fuzzy menunjukkan solusi yang reliabel terhadap permasalahan yang dibahas pada artikel ini.

Kata Kunci: algoritma Floyd Warshall modifikasi; graf fuzzy; jaringan; lintasan optimal.

1.PENDAHULUAN

Permasalahan lintasan terpendek adalah permasalahan optimasi jaringan klasik yang dapat digunakan secara luas pada berbagai jaringan seperti jaringan jalan, jaringan transportasi, jaringan komunikasi, dan lain-lain. Permasalahan lintasan terpendek melibatkan titik (*vertex*) dan sisi (*edge*). Jika G adalah sebuah graf maka $G = (V, E)$ dengan $V = V(G)$ adalah himpunan titik pada G dan tidak boleh kosong, $E = E(G)$ adalah himpunan sisi pada G [1].

Permasalahan lintasan terpendek pada sebuah jaringan diselesaikan dengan menghitung bobot terkecil dari lintasan yang diperoleh berdasarkan penerapan algoritma tertentu. Algoritma Floyd Warshall adalah salah satu algoritma yang banyak digunakan untuk menentukan lintasan terpendek. Tujuan dari penggunaan algoritma ini adalah untuk menentukan jarak terpendek suatu

lintasan. Algoritma ini memungkinkan menyusun semua lintasan pada graf sehingga memberikan alternatif solusi yang dapat disesuaikan oleh pengambil keputusan [2], [3].

Suatu jaringan dapat digambarkan tidak hanya mempunyai bobot bernilai bilangan real. Sebagai contoh untuk menentukan rute penyelamatan korban bencana. Bobot sisi atau simpul tidak dapat disusun dalam bilangan real karena pada kondisi nyata sisi yang diwakili mungkin tidak dapat beroperasi dengan maksimal. Bobot fuzzy diperlukan untuk memberikan gambaran perencanaan rute dengan pertimbangan kondisi real.

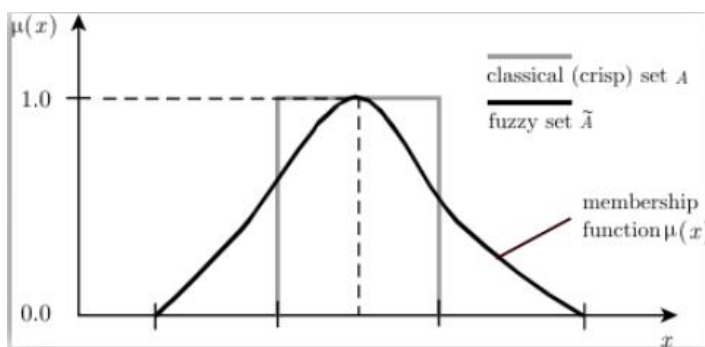
Fungsi keanggotaan pada himpunan fuzzy didefinisikan sebagai berikut:

$$\mu_A: X \rightarrow [0,1] \tag{1}$$

dimana $[0,1]$ adalah interval bilangan real dari nol sampai dengan satu. Jika $\mu_A(x)$ bernilai nol, berarti x bukan anggota dari himpunan fuzzy A . Jika $\mu_A(x)$ bernilai satu, menunjukkan x adalah anggota penuh dari himpunan fuzzy A . Sementara nilai antara nol hingga satu menunjukkan bahwa x merupakan anggota dari himpunan fuzzy A secara parsial. Penulisan himpunan fuzzy A sebagai berikut:

$$A = \{(x, \mu_A) | x \in X\} \tag{2}$$

dengan $\mu_A(x)$ disebut sebagai bilangan fuzzy (*fuzzy number*) atau derajat keanggotaan [4], [5].



Gambar 1. Perbandingan Fungsi Keanggotaan Himpunan Fuzzy dan Himpunan Tegas.

Definisi [6] Sebuah fuzzy graf $G = (V, \sigma, \mu)$ adalah triad yang terdiri dari himpunan V , himpunan fuzzy σ pada V dan himpunan fuzzy μ pada E sedemikian hingga memenuhi $\mu(xy) \leq \sigma(x) \wedge \sigma(y)$ untuk setiap $x, y \in V$.

Manfaat penggunaan bilangan fuzzy pada graf adalah untuk memodelkan bobot kombinasi dari setiap sisi (*edge*) pada graf yang diselesaikan. Artinya bobot setiap sisi dapat mewakili lebih dari satu parameter sebagaimana yang telah dilakukan oleh Rakhmawati [7]. Pada artikel ini

pembahasan difokuskan pada penentuan lintasan optimal pada multigraf fuzzy. Rakhmawati juga sudah melakukan modifikasi pada algoritma Floyd Warshall agar dapat diterapkan pada multigraf fuzzy. Diharapkan dengan pembahasan yang lebih sederhana dapat memberikan pandangan yang lebih baik pada permasalahan lintasan terpendek pada multigraf fuzzy.

2.METODE PENELITIAN

Langkah kerja yang dilakukan dalam penelitian ini adalah:

1. Menyusun multigraf fuzzy sesuai permasalahan yang akan diselesaikan.
2. Menerapkan algoritma Floyd Warshall modifikasi pada multigraf fuzzy[7].

Langkah penerapan algoritma yang digunakan adalah sebagai berikut:

- a. Pada iterasi pertama, dilakukan evaluasi terhadap semua sisi ganda pada multigraf fuzzy. Ini merupakan modifikasi pertama yang dilakukan pada algoritma Floyd Warshall. Tujuannya adalah menyusun graf fuzzy sederhana dengan mengeliminasi semua sisi ganda pada multigraf.
 - b. Menentukan lintasan awal yang menghubungkan titik awal ke setiap titik pada graf fuzzy sederhana yang dibentuk.
 - c. Melakukan evaluasi lintasan berdasarkan fungsi bobot lintasan yang terbesar. Perhitungan fungsi bobot lintasan dengan mencari nilai rata-rata derajat keanggotaan setiap lintasan.
 - d. Menyusun lintasan baru setelah melakukan eliminasi sisi.
 - e. Langkah b sampai d dilakukan sampai titik tujuan tercapai.
3. Melakukan evaluasi terhadap lintasan optimal yang diperoleh.
 4. Penarikan kesimpulan.

Perbedaan utama penerapan algoritma Floyd warshall pada graf klasik (biasa) dengan penerapan pada graf fuzzy adalah kriteria penentuan lintasan. Pada graf klasik, penentuan lintasan didasarkan pada bobot terkecil sedangkan pada graf fuzzy penentuan lintasan didasarkan pada fungsi bobot terbesar. Pada penelitian ini digunakan data *dummy* untuk menunjukkan penerapan algoritma Floyd Warshall modifikasi. Sebelumnya dilakukan konversi nilai fuzzy secara sederhana dengan memetakan 2 kondisi pada sisi multigraf yang dibentuk, yaitu:

1. Kondisi jalan (sebagai sisi pada multigraf). Kondisi jalan didefinisikan dengan 5 kategori yaitu:

$$\mu_{A_1}(x) = \begin{cases} 0 - 0.199, & \text{jika akses jalan darat tertutup} \\ 0.2 - 0.399, & \text{jika jalan dapat dilalui kendaraan roda 2} \\ 0.4 - 0.599, & \text{jika jalan hanya dapat dilalui kendaraan offroad dan roda 2} \\ 0.6 - 0.799, & \text{jika jalan dapat dilalui kendaraan roda 4 dan roda 2} \\ 0.8 - 1, & \text{jika jalan dapat dilalui oleh semua kendaraan} \end{cases} \quad (3)$$

2. Jarak antar desa (sebagai titik pada multigraf) yang juga mewakili jalan (sisi pada multigraf). Jarak dibagi menjadi 5 interval yaitu

$$\mu_{A_2}(x) = \begin{cases} 0.01 - 0.33, & 0 < \text{jarak} < 5 \\ 0.34 - 0.67, & 5 < \text{jarak} < 10 \\ 0.68 - 1, & 10 < \text{jarak} < 15 \\ 0, & \text{jarak} > 15 \end{cases} \quad (4)$$

Konversi bobot bernilai fuzzy dapat dilakukan dengan banyak cara sebagaimana dalam [8], [9], namun pada penelitian ini digunakan pemetaan fungsi tangga, konstan, untuk memudahkan pemahaman. Karena terdapat dua nilai fuzzy pada sisi yang sama, kondisi dan jarak jalan, maka nampak bahwa setiap sisi pada multigraf mempunyai dua parameter penyusun. Penentuan bobot sisi dilakukan dengan kombinasi linear dari kedua parameter [7] yang memenuhi $\mu_A(x) = 0.5\mu_{A_1}(x) + 0.5\mu_{A_2}(x)$. Pemilihan nilai 0.5 menunjukkan kedua parameter mempunyai bobot yang sama besar yang artinya keduanya sama-sama menjadi fokus dalam pengambilan keputusan.

3.HASIL DAN PEMBAHASAN

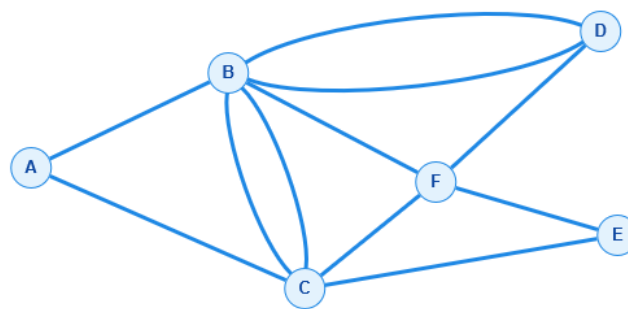
Pada penelitian ini, data yang digunakan adalah data *dummy* untuk mensimulasikan kondisi daerah yang membutuhkan bantuan karena bencana alam. Secara lengkap data disajikan pada Tabel 1 dimana setiap titik mewakili desa dan sisi menunjukkan akses jalan yang terhubung.

Tabel 1. Data *dummy* kondisi jalan suatu daerah lokasi bencana.

Titik awal	Titik tujuan	Kondisi sisi penghubung
A	B	Jalan setapak tanpa aspal namun dapat dilalui kendaraan roda 4, jarak 5-7 km.
A	C	Jalan aspal rusak, berbahaya untuk roda dua, namun dapat dilalui kendaraan roda 6, jarak 10-12 km.
B	C	Jalan setapak tanpa aspal namun dapat dilalui kendaraan roda 4, jarak 4-5 km.
B	C	Jalan dengan aspal rusak parah di titik tertentu, namun dapat dilalui kendaraan bermotor, jarak 4-5 km.
B	D	Akses jalan terpotong, sehingga tidak dapat dilalui kendaraan bermotor, terdapat jembatan untuk berjalan ditengah, jarak 14-15 km.
B	D	Akses jalan setapak hanya dapat dilalui dengan kendaraan bermotor dengan kondisi yang cukup curam, jarak 9-10 km.
B	F	Akses jalan kecil, dapat dilalui kendaraan bermotor roda 2 dan roda 4, jarak 5-6 km.
C	F	Akses jalan kecil, dapat dilalui kendaraan bermotor roda 2, jarak 4-5 km.
C	E	Akses jalan rusak, hanya dapat dilalui jalur udara, jarak 10-13 km.
F	D	Ada jalan setapak yang dapat dilalui kendaraan roda 2, jarak 5-8 km.
F	E	Ada jembatan yang dapat dilalui dengan beban yang terbatas, jarak 2 km.

Permasalahan yang akan diselesaikan adalah bagaimana menentukan rute optimal dari A ke D dan dari A ke E sebagai rute distribusi bantuan untuk desa paling terdampak bencana. Algoritma Floyd Warshall modifikasi yang akan digunakan adalah algoritma yang telah dibahas oleh Rakhmawati [7].

Sebelumnya berdasarkan data pada Tabel 1, dapat disusun multigraf G yang mewakili hubungan antar desa sebagaimana Gambar 2 berikut ini. Karena data yang diperoleh berupa data kualitatif, Tabel 1, terkait kondisi akses jalan yang disertai jarak antar desa, maka terdapat dua parameter yang digunakan untuk menyusun bobot sisi pada multigraf G yaitu akses jalan dan jarak.



Gambar 2. Multigraf G .

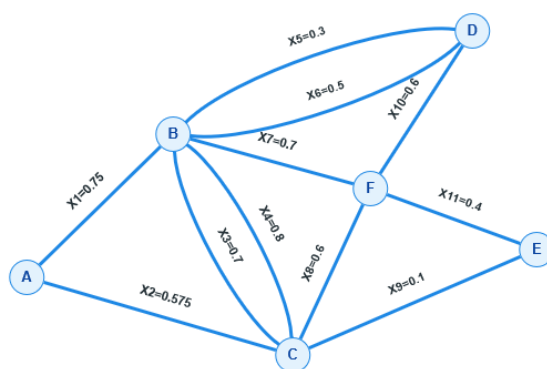
Selanjutnya, dilakukan proses pemetaan data ke bilangan fuzzy dengan menggunakan Tabel 2 berikut ini. Setiap deskripsi pada akses jalan akan berpengaruh pada nilai fuzzy pada sisi yang diwakili. Konversi dilakukan sesuai persamaan (3) dan (4). Sebagai contoh, sisi AB , yaitu sisi yang menghubungkan titik A ke titik B , mempunyai akses jalan yang cukup untuk dilalui oleh kendaraan roda 4, namun karena bukan jalan aspal, maka kendaraan yang sesuai adalah kendaraan *offroad* baik roda 2 maupun roda 4. Hal ini menjadi kendala karena pengadaan kendaraan *offroad* yang terbatas. Dengan jarak tempuh 5-7 km yang merupakan jarak sedang, maka hasil pemetaan sisi AB adalah 0.75.

Tabel 2. Bobot sisi multigraf G berupa bilangan fuzzy.

Titik awal	Titik tujuan	Sisi	Bobot sisi (fuzzy)
A	B	X_1	0.75
A	C	X_2	0.575
B	C	X_3	0.7
B	C	X_4	0.8
B	D	X_5	0.3
B	D	X_6	0.5
B	F	X_7	0.7
C	F	X_8	0.6
C	E	X_9	0.1
F	D	X_{10}	0.6
F	E	X_{11}	0.4

Permasalahan yang diselesaikan pada multigraf G memuat bilangan fuzzy pada setiap bobot sisinya, sehingga multigraf G adalah multigraf fuzzy [10], [11]. Pada multigraf fuzzy G (Gambar 3) selanjutnya akan ditentukan lintasan optimalnya dari titik A ke titik D dan titik E .

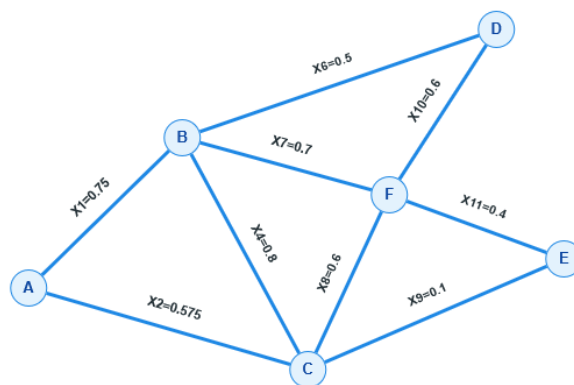
Berbeda dengan penyelesaian lintasan optimal pada graf klasik, graf fuzzy bukan bertujuan untuk meminimalkan jarak namun memaksimalkan kekuatan lintasan[9], [12]. Dengan kata lain, derajat keanggotaan lintasan yang dibentuk haruslah sebesar mungkin pada interval $[0,1]$. Penerapan algoritma Floyd Warshall untuk mendapatkan lintasan optimal dari titik A ke titik D dan titik E adalah sebagai berikut:



Gambar 3. Multigraf Fuzzy G .

1. Evaluasi sisi ganda pada multigraf fuzzy G untuk membentuk graf sederhana (Graf G).

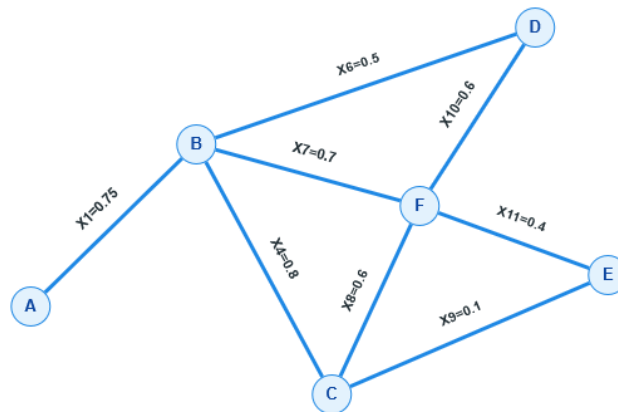
Terdapat dua sisi ganda pada multigraf fuzzy G , yaitu sisi X_3, X_4 yang menghubungkan titik B ke titik C dan sisi X_5, X_6 yang menghubungkan titik B ke titik D . Evaluasi sisi ganda difokuskan pada derajat keanggotaan setiap sisi dengan mengeliminasi nilai terendah. Sisi yang dieliminasi menunjukkan keterbatasan akses yang dimiliki oleh jalan penghubung. Pada tahap ini, sisi X_3 dan sisi X_5 dieliminasi. Sehingga multigraf fuzzy G (Gambar 3) berubah menjadi graf fuzzy G (Gambar 4).



Gambar 4. Graf Sederhana Fuzzy G .

2. Menentukan derajat keanggotaan terbesar dari titik A.

Titik A terhubung ke titik B (sisi X1) dengan derajat keanggotaan 0.75 dan ke titik C (sisi X2) dengan derajat keanggotaan 0.575. Karena bobot sisi $X1 > X2$, maka dipertahankan sisi X1 dan dieliminasi sisi X2. Selanjutnya graf fuzzy G berubah menjadi Gambar 5 berikut ini.



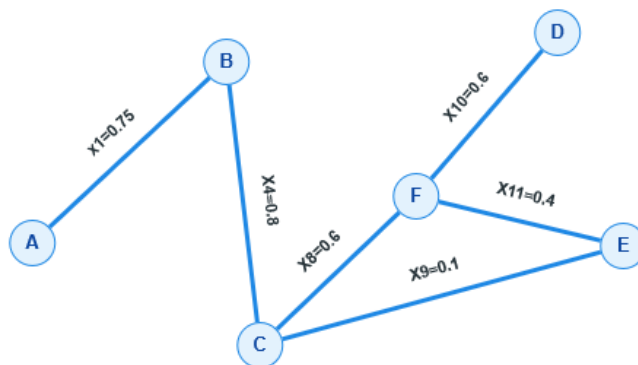
Gambar 5. Graf sederhana fuzzy G baru.

3. Menentukan lintasan optimal dari titik A menuju titik D.

Pada titik B terdapat 3 titik yang terhubung. Karena titik B juga terhubung ke titik A, maka pemilihan sisi tidak hanya didasarkan pada derajat keanggotaan terbesar setiap sisi yang terhubung ke titik B, namun melalui evaluasi fungsi bobot lintasan yang diperoleh dengan cara mendapatkan rata-rata derajat keanggotaan lintasan [7]. Perhitungan yang dilakukan sebagaimana Tabel 3 berikut ini.

Tabel 3. Perhitungan lintasan optimal dari titik A melalui titik B.

Titik awal	Titik Tujuan	Lintasan terbentuk	Fungsi bobot lintasan	Keputusan
A	C	A – B – C	$(0.75+0.8)/2=0.775$	Dipertahankan
A	D	A – B – D	$(0.75+0.5)/2=0.625$	Dieliminasi
A	F	A – B – F	$(0.75+0.7)/2=0.725$	Dieliminasi



Gambar 6. Lintasan A – B – C pada Graf Fuzzy G.

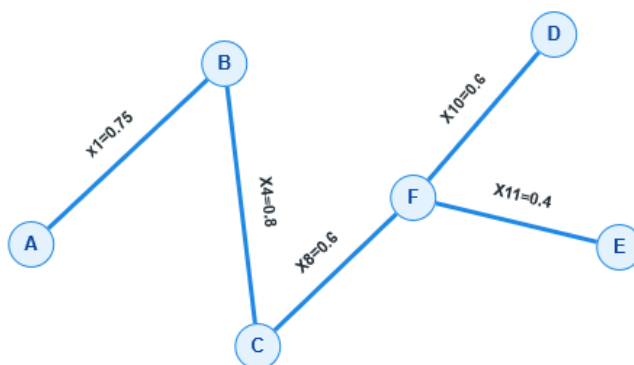
Berdasarkan Tabel 3, lintasan terbentuk saat ini adalah lintasan $A - B - C$ sebagaimana Gambar 6. Pada tahap berikutnya dicari fungsi bobot terbesar pada lintasan yang menghubungkan titik A menuju titik F dan titik E , melalui titik B dan titik C .

Tabel 4. Perhitungan lintasan optimal dari titik A melalui titik B dan titik C .

Titik awal	Titik Tujuan	Lintasan terbentuk	Fungsi bobot lintasan	Keputusan
A	F	$A - B - C - F$	$(0.775+0.6)/2=0.6875$	Dipertahankan
A	E	$A - B - C - E$	$(0.775+0.1)/2=0.4375$	Dieliminasi

Berdasarkan Tabel 4, maka lintasan optimal saat ini adalah lintasan $A - B - C - F$ dengan fungsi bobot lintasan 0.6875. Gambar 7 menunjukkan lintasan optimal dari titik A ke titik D dan titik E .

4. Lintasan optimal dari titik A ke titik D dan titik E .



Gambar 7. Lintasan optimal graf fuzzy G .

Berdasarkan Gambar 7, diperoleh lintasan optimal yang menghubungkan titik A ke titik D dan titik E . Lintasan dari titik A ke titik D adalah lintasan $A - B - C - F - D$ dengan fungsi bobot lintasan $(0.6875 + 0.6)/2$ atau 0.64375 sebagai bobot terbesar. Untuk lintasan dari titik A ke titik E diperoleh lintasan $A - B - C - F - E$ dengan fungsi bobot lintasan $(0.6875 + 0.4)/2 = 0.54375$.

Berdasarkan penerapan algoritma Floyd Warshall diperoleh lintasan optimal yang menghubungkan titik A sebagai pusat penerimaan bantuan ke titik D dan titik E sebagai desa yang terdampak bencana. Distribusi bantuan dengan menggunakan lintasan ini menunjukkan:

1. Lintasan dari titik A ke titik D ($A - B - C - F - D$).

Lintasan ini didominasi oleh akses jalan yang masih dapat dilalui kendaraan bermotor, sehingga distribusi bantuan sangat mungkin dilakukan. Dengan jarak tempuh total 15-25km, diperlukan perubahan alat transportasi di titik C menuju titik F dan titik D dari

kendaraan roda 4 menjadi kendaraan roda 2. Distribusi bantuan dapat dilakukan bertahap dengan mendahulukan kebutuhan mendesak dengan alat transportasi yang sesuai dengan kondisi jalan.

2. Lintasan dari titik A ke titik E ($A - B - C - F - E$).

Lintasan ini hampir sama dengan lintasan pada nomer 1, namun yang lebih krusial adalah distribusi dari titik F ke titik E . Akses jalan yang terputus menyebabkan distribusi hanyadapat dilakukan melalui jalur udara atau dengan berjalan kaki. Yang terpilih pada analisis kali ini adalah jalur pejalan kaki dengan asumsi jarak tempuh memungkinkan untuk dilalui kendaraan roda 2 sebelum dan sesudah jembatan, sehingga distribusi bantuan masih memungkinkan dilakukan.

4. KESIMPULAN

Lintasan optimal yang diperoleh berdasarkan multigraf fuzzy menunjukkan solusi yang reliabel terhadap permasalahan yang dibahas pada artikel ini. Penyusunan bobot sisi bernilai fuzzy dilakukan untuk memudahkan penggambaran hubungan antar titik pada graf sehingga evaluasi penentuan lintasan optimal dapat dilakukan. Pada tahap konversi nilai fuzzy, diperlukan pandangan ahli dalam melakukan pemetaan agar nilai fuzzy yang diperoleh dapat menggambarkan kondisi real. Masih diperlukan kajian lebih lanjut terutama terkait algoritma yang mungkin dilakukan pada multigraf fuzzy agar perubahan multigraf menjadi graf sederhana dapat dilakukan dengan pertimbangan yang lebih baik.

5. DAFTAR PUSTAKA

- [1] R. J. Wilson, *Introduction to Graph Theory Fourth edition*, Longman, England, 1998.
- [2] Y. Sudarya Triana, "Implementation Floyd-Warshall Algorithm for the Shortest Path of Garage," 2018. [Online]. Available: www.ijisrt.com
- [3] V. Sakharov, S. Chernyi, S. Saburov, and A. Chertkov, "Automatization Search for the Shortest Routes in the Transport Network Using the Floyd-warshell Algorithm," in *Transportation Research Procedia*, Elsevier B.V., 2021, pp. 1–11. doi: 10.1016/j.trpro.2021.02.041.
- [4] D. Venugopalam, N. Kumar, and M. Vijaya Kumar, "Generalized Operations on Fuzzy Graphs," 2013. [Online]. Available: www.iiste.org
- [5] M. Kaufmann, A. Meier, and K. Stoffel, "IFC-Filter: Membership function generation for inductive fuzzy classification," *Expert Syst. Appl.*, vol. 42, no. 21, pp. 8369–8379, Sep. 2015, doi: 10.1016/j.eswa.2015.06.034.

- [6] A. Kalampakas, “Fuzzy Graph Hyperoperations and Path-Based Algebraic Structures,” *Mathematics*, vol. 13, no. 13, Jul. 2025, doi: 10.3390/math13132180.
- [7] N. Rakhmawati, A. Widodo, N. Hidayat, and A. R. Alghofari, “Optimal Path on a Multigraph Network Involving Edge Weights of Multiple Parameters,” 2023. [Online]. Available: <http://ijmcs.future-in-tech.net>
- [8] P. U. Ne, S. Elizabeth, and L. Sujatha, “Fuzzy Shortest Path Problem Based On Interval Valued Fuzzy Number Matrices” *International Journal Of Mathematical Sciences and Engineering Publications (IJMSEA)*, 2014. [Online]. Available: www.ascent-journals.com
- [9] E. Pekel, G. B. Yıldız, and A. Kara, “Fuzzy Logic Based Biobjective Approach For Multi-Period Technician Routing And Scheduling Problems,” *Journal of Engineering Research (Kuwait)*, vol. 11, no. 3, pp. 259–268, Sep. 2023, doi: 10.36909/jer.16871.
- [10] X. W. Qin, R. X. Hao, and S. L. Peng, “Diagnosability of multigraph composition networks,” *Theor. Comput. Sci.*, vol. 988, Mar. 2024, doi: 10.1016/j.tcs.2023.114375.
- [11] A. N. Day, V. Falgas-Ravry, and A. Treglown, “Extremal problems for multigraphs,” *Journal of Combinatorial Theory. Series B*, vol. 154, pp. 1–48, May 2022, doi: 10.1016/j.jctb.2021.12.003.
- [12] J. Ma, L. Shen, and L. Li, “An Investigation On Fuzzy Optimal Cut Vertices And Fuzzy Optimal Cut Edges With Their Applications,” *Ain Shams Engineering Journal*, vol. 15, no. 9, Sep. 2024, doi: 10.1016/j.asej.2024.102921.