

## Penalaran Kovariasional Siswa SMA dalam Menyelesaikan Masalah Kovariansi ditinjau dari Gaya Kognitif

Nurhadijah<sup>1)\*</sup>, Dwi Juniati<sup>2)</sup>, Budi Rahadjeng<sup>3)</sup>

<sup>1,2,3</sup>Universitas Negeri Surabaya, Jl. Lidah Wetan, Kec Lakarsantri, Surabaya, Indonesia

\*Penulis Korespondensi : email: [nurhadijah.21018@mhs.unesa.ac.id](mailto:nurhadijah.21018@mhs.unesa.ac.id)

Diterima: 3 Mei 2023, Direvisi: 7 Juni 2023, Disetujui: 15 Juni 2023.

### Abstract

*Covariational reasoning is related to the problem of the relationship between two variables which includes visual skills in constructing graphs. The purpose of this research is to describe the covariational reasoning of high school students with field-dependent and field-independent cognitive styles in solving covariation problems. This type of research is qualitative research. Subjects in this study were 1 student with a field-dependent cognitive style and 1 student with a field-independent cognitive style by controlling for gender equality and mathematical ability. The main instrument (researchers themselves) and supporting instruments in the form of the GEFT test, TKM (mathematical ability test), TK (covariation test), and interview guidelines were the instruments used in this study. The results showed that students with field-dependent and field-independent cognitive styles were able to identify the variables involved in the covariation problem and construct the relationship between the two variables that had been identified. The pattern of variation is determined by adjusting the magnitude of the variable variation and dividing the bottle into several parts to compose the variation pattern. Construct the relationship between the two variables by constructing a graph of the known variables and drawing a graph of the pattern of changes in the relationship between the two variables.*

**Keywords:** Covariational Reasoning, High School Student, Cognitive Style, Covariation Problems

### Abstrak

*Penalaran kovariasional memiliki keterkaitan dengan masalah hubungan antara dua variabel yang mencakup keterampilan visual dalam mengkonstruksi grafik. Tujuan dari penelitian ini untuk mendeskripsikan penalaran kovariasional siswa SMA dengan gaya kognitif field-dependent dan field-independent dalam menyelesaikan masalah kovariansi. Jenis penelitian ini adalah penelitian kualitatif. Subjek dalam penelitian ini adalah 1 siswa dengan gaya kognitif field-dependent dan 1 siswa dengan gaya kognitif field-independent dengan mengontrol kesetaraan gender dan kemampuan matematika. Instrumen utama (peneliti sendiri) dan instrumen pendukung berupa tes GEFT, TKM (tes kemampuan matematika), TK (tes kovariansi), dan pedoman wawancara merupakan instrumen yang digunakan dalam penelitian ini. Hasil penelitian menunjukkan bahwa siswa dengan gaya kognitif field-dependent dan field-independent mampu mengidentifikasi variabel-variabel yang terlibat dalam masalah kovariansi dan mengkonstruksi hubungan antara kedua variabel yang telah diidentifikasi. Pola variasi ditentukan dengan menyesuaikan besarnya variasi variabel dan membagi botol menjadi beberapa bagian untuk menyusun pola variasi. Mengkonstruksi hubungan antara dua variabel dengan membangun grafik terhadap variabel-variabel yang diketahui dan menggambar grafik pola perubahan hubungan antara dua variabel.*

**Kata kunci:** Penalaran Kovariasional, Siswa SMA, Gaya Kognitif, Masalah Kovariansi

## 1. PENDAHULUAN

Penalaran merupakan dasar dari pembelajaran matematika. Penalaran merupakan bagian dari berpikir seseorang. Menurut NCTM [1], berpikir matematis adalah salah satu cara untuk meningkatkan penalaran seseorang. Penalaran merupakan bagian dari berpikir yang memiliki ciri

tertentu yaitu berpikir logis atau berpikir yang analitis. Penalaran kovariasional ditandai dengan: (1) adanya cara berpikir yang logis. Dalam hal ini, berpikir dapat dikatakan sebagai suatu penalaran yang logis. Berpikir logis ini didefinisikan sebagai berpikir menurut pola atau logika tertentu; (2) berpikir bersifat analitis, yakni mampu menunjukkan hubungan antar bagian dari suatu masalah. Salah satu tujuan pembelajaran matematika adalah meningkatkan kemampuan bernalar dan memecahkan masalah. Penalaran merupakan komponen kognitif yang perlu dimiliki siswa dalam proses pemecahan masalah.

Penalaran dalam matematika diperlukan siswa baik dalam proses memahami matematika maupun dalam kehidupan sehari-hari. Salah satu konsep matematika yang memerlukan penalaran dalam memahaminya adalah konsep fungsi. Kelemahan dalam memahami konsep fungsi menyebabkan siswa mengalami kesulitan dalam menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan konsep seperti masalah peristiwa dinamis. Pembahasan konsep fungsi berkaitan dengan pembahasan grafik. Grafik melibatkan interpretasi dan konstruksi. Interpretasi selalu menunjuk pada kemampuan siswa dalam membaca grafik dan menangkap informasi dari grafik tersebut. Pemahaman konsep fungsi yang erat kaitannya dengan grafik menjadi dasar untuk memahami konsep grafik dalam kalkulus. Carlson dkk menyatakan bahwa siswa masih kurang dalam hal kemampuan menginterpretasikan grafik. Siswa mengalami kesulitan dalam merepresentasikan dan menginterpretasikan perubahan grafik fungsi [2]. Sejalan dengan penelitian Koklu yang menyatakan bahwa siswa cenderung berpikir prosedural tentang perubahan fungsi yang menghambat kemampuan penalarannya [3]. Menurut Thompson & Carlson metode kovariasional menunjukkan “hubungan” antara dua besaran yang dinyatakan secara aljabar, grafis secara visual, atau dalam situasi dunia nyata [4]. Carlson dkk mendefinisikan aktivitas kognitif yang melibatkan koordinasi dua kuantitas yang berbeda, perubahan suatu kuantitas berpengaruh terhadap kuantitas yang lain [2]. Aktivitas kognitif yang dimaksud dapat di artikan sebagai aktivitas mental, yaitu proses yang terjadi di dalam pikiran manusia dan bisa diamati melalui perilaku yang tampak berupa hasil dari penyelesaian tugas, yang kemudian disebut dengan penalaran kovariasional.

Penalaran kovariasional dikembangkan oleh Confrey pada akhir 1980-an dan oleh Thompson pada akhir 1990-an. Penalaran kovariasional yang dikemukakan oleh Confrey lebih fokus terhadap nilai-nilai variabel yang berurutan. Sementara itu, pengukuran sifat-sifat pada objek menjadi fokus penalaran kovariasional menurut Thompson. Keduanya menggambarkan koordinasi sebagai dasar penalaran kovariasional mengenai hubungan peristiwa dinamis. Confrey menggambarkan penalaran kovariasional sebagai pendekatan diskrit yang berfokus pada perubahan nilai variabel. Pendekatan diskrit dimaksud sebagai koordinasi nilai-nilai dua variabel sebagaimana nilai variabel

tersebut berubah, contohnya “Jika Ali mendapat nilai 6 maka Ali tidak dapat tambahan uang saku dari Ayahnya. Jika Ali mendapat nilai 7, maka Ali akan mendapat tambahan uang saku dari Ayahnya sebesar Rp 1.000.00. Jika Ali mendapat 8, maka ia akan menerima tambahan dari Ayahnya sebesar Rp 2.000,00. Maka jelas ada perubahan antara variabel yang dipengaruhi variabel lain. Saldanha & Thompson menjelaskan penalaran kovariasional adalah aktivitas mental yang melibatkan koordinasi dua kuantitas, kemudian mencari kuantitas yang lain ketika suatu kuantitas pada suatu waktu berubah [6]. Carlson dkk mendefinisikan penalaran kovariasional sebagai aktivitas kognitif yang melibatkan pengaturan dua besaran dalam hubungannya dengan bagaimana dua besaran berubah satu sama lain [2]. Perkembangan aspek yang akan dikaji terangkum dalam indikator penalaran yang disajikan dalam Tabel 1:

**Tabel 1.** Indikator Aspek Penalaran Kovariasional

| <b>Aspek Penalaran Kovariasional</b> | <b>Indikator</b>  |
|--------------------------------------|---|
| Mengidentifikasi                     | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Menentukan variabel yang berhubungan pada masalah kovariansi</li> <li>2. Menemukan hubungan antara dua variabel secara kualitatif</li> </ol>                            |
| Mengkoordinasi                       | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Menentukan perubahan antara dua variabel dan menentukan arahnya</li> <li>2. Menentukan besarnya perubahan satu variabel jika dilihat dari variabel yang lain</li> </ol> |
| Mengkonstruksi                       | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Membangun hubungan antara variabel secara umum dalam sebuah grafik</li> </ol>   |

Penalaran kovariasional dapat dikembangkan melalui pemodelan kejadian dinamis. Siswa perlu dihadapkan pada permasalahan yang berkaitan dengan konsep kejadian dinamis yang melibatkan hubungan antara dua variabel. Peristiwa dinamis adalah peristiwa yang menggambarkan perubahan nilai suatu variabel yang menyebabkan perubahan nilai variabel lain. Masalah kovariansi didefinisikan sebagai penugasan kovariansi yang berkaitan dengan peristiwa dinamis yang melibatkan hubungan antara dua variabel. Masalah kovariansi meliputi masalah yang melibatkan hubungan dua variabel seperti waktu dan posisi, waktu dan jarak, volume dan ketinggian, volume sisa air dan waktu, interpretasi grafik, dan sebagainya yang melibatkan koordinasi dua variabel. Individu yang mempunyai gaya kognitif mandiri lebih kritis, mereka dapat memilih stimulus berdasarkan situasi. Teori Witkin membedakan karakteristik gaya kognitif sebagai *field-dependent* dan *field-independent* berdasarkan cara berpikir dan persepsi seseorang terhadap potongan-potongan informasi yang dipengaruhi oleh konteks yang melingkupinya. Individu *field-dependent* lebih mudah dipengaruhi oleh konteks sekitarnya, sedangkan individu *field-independent* tidak mudah terpengaruh karena dapat mengisolasi informasi target meskipun

dikelilingi oleh konteks yang lebih luas dan rumit. Oleh karena itu, individu yang bergantung pada bidang adalah ketidakpekaan yang unggul dalam lingkungan sosial, sedangkan individu yang tidak bergantung pada bidang lebih analitis dan tertarik pada hal-hal yang abstrak dan teoretis [7].

Penalaran kovariasional melibatkan kemampuan visual untuk membangun grafik pada masalah kovariansi. Pengukuran kemampuan visual spasial dapat dilihat dari gaya kognitif *field-independent* dan *field-dependent* [8]. Kemampuan mengukur visual spasial diperlukan dalam pembuatan grafik yang merupakan salah satu aspek penalaran kovariasional.

Identifikasi penalaran kovariasional dalam gaya kognitif *field-independent* dan *field-dependent* melibatkan kemampuan visual saat membangun grafik pada masalah kovariansi. Visualisasi adalah alat penting dalam memecahkan masalah matematika. Oleh karena itu sangat mungkin bahwa individu dengan gaya kognitif yang berbeda juga menunjukkan penalaran kovariasional pada tingkat yang berbeda. Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan penalaran kovariasional dalam menyelesaikan masalah kovariansi pada siswa SMA dengan gaya kognitif *field-dependent* dan *field-independent*.

Kebaruan dalam penelitian ini terletak pada aspek penalaran kovariasional yang merupakan irisan dari aspek penalaran kovariasional yang dikemukakan oleh beberapa ahli yang membahas tentang penalaran kovariasional. Meskipun definisi inti dari penalaran kovariasional lebih pada aspek mengkoordinasi dan mengkonstruksi, penelitian ini juga menambahkan aspek penalaran kovariasional dari para ahli, yaitu aspek mengidentifikasi yang dikembangkan dalam indikator pada penalaran kovariasional.

## 2. METODE PENELITIAN

Jenis penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah penelitian deskriptif dengan pendekatan kualitatif. Penggunaan jenis penelitian ini oleh peneliti terkait dengan tujuan penelitian yaitu menjelaskan penalaran kovariasional siswa SMA dengan gaya kognitif *field-dependent* dan *field-independent* saat menyelesaikan masalah kovariansi.

Subjek dalam penelitian ini adalah 1 siswa dengan gaya kognitif *field-dependent* dan 1 siswa dengan gaya kognitif *field-independent* dengan masing-masing skor 6 untuk *field-dependent* dan skor 15 untuk *field-independent* menggunakan tes GEFT serta kedua subjek memiliki kemampuan matematis tinggi dengan skor 85 yang selanjutnya dikodekan dengan SFI dan SFD.

Instrumen dalam penelitian ini terdiri dari instrumen utama yaitu peneliti sendiri, dan instrumen pendukung berupa GEFT, Tes Kemampuan Matematika (TKM), TK (tes kovariansi), dan pedoman wawancara. Instrumen GEFT diadaptasi dari Witkin yang telah diujicobakan oleh

beberapa peneliti. Instrumen TKM dan TK serta pedoman wawancara divalidasi oleh (1) 2 Dosen Pendidikan Matematika yang sedang menempuh kuliah doktoral dan (2) 1 Guru Matematika, dipilhkan ketiga validator karena ketiganya kompeten dan ahli di bidang matematika.

Pengumpulan data dilakukan dengan wawancara berbasis tugas. Subjek mengerjakan soal TK dengan menuliskan jawabannya pada lembar jawaban dan melakukan wawancara dengan subjek penelitian untuk mengecek dan mengklarifikasi hasil penyelesaian subjek penelitian. Dalam penelitian ini, peneliti menggunakan teknik triangulasi waktu untuk memastikan validitas dari penelitian ini. Triangulasi waktu dilakukan dengan memberikan soal yang sama dengan angka yang berbeda setelah 1 minggu dari tes sebelumnya.

Selanjutnya data yang valid dianalisis. Analisis data meliputi: (1) reduksi data, (2) penyajian data, (3) kesimpulan. Reduksi data yang dimaksud dalam penelitian ini adalah suatu bentuk analisis yang mengacu kepada proses menajamkan, menggolongkan, menghilangkan yang tidak perlu dan mengorganisasikan data dengan cara sedemikian rupa hingga kesimpulan-kesimpulan final dapat ditarik dan diverifikasi. Setelah data direduksi, maka langkah selanjutnya adalah penyajian data. Penyajian data meliputi pengklarifikasian data, dapat dilakukan dalam uraian singkat dan dalam bentuk tabel. Kemudian, dilakukan penarikan kesimpulan. Penarikan kesimpulan adalah memberikan makna dan penjelasan terhadap hasil penyajian data.

### 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Secara umum, TK yang divalidasi oleh ketiga validator ahli dinyatakan valid berdasarkan aspek materi, konstruk, dan bahasa serta dapat digunakan dalam penelitian ini. Adapun TK yang digunakan dalam penelitian ini terdapat pada Tabel 2;

**Tabel 2.** Tugas Kovariansi

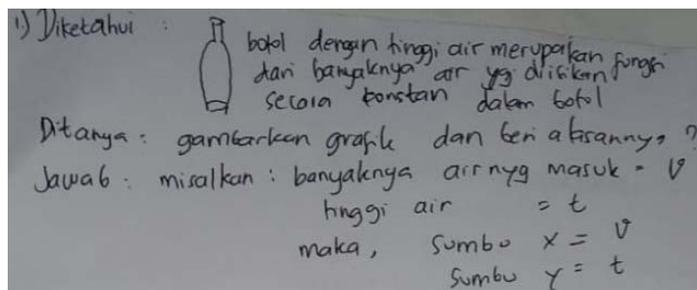
|  |   |
|--|---|
| <p>Jika bentuk botol seperti gambar di samping, buatlah grafik yang menunjukkan ketinggian air sebagai fungsi dari jumlah air yang terus-menerus diisi ke dalam botol. Berikan alasanmu!</p> |  |
|--|---|

Berdasarkan data penelitian, diperoleh hasil penelitian sebagai berikut:

#### Subjek *Field-Dependent* (SFD)

##### 1. Aspek Mengidentifikasi

Jawaban subjek SFD dalam menyelesaikan masalah kovariansi pada aspek mengidentifikasi disajikan pada Gambar 1.



**Gambar 1** Jawaban SFD untuk Aspek Mengidentifikasi

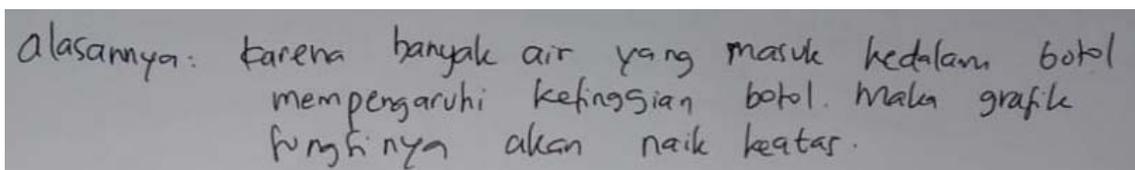
Hasil wawancara yang diperoleh dari SFD dengan aspek mengidentifikasi adalah sebagai berikut:

- P* : Informasi seperti apa yang kamu ketahui setelah melihat soal?  
*SFD* : Disini ada sebuah botol, maka tinggi air merupakan fungsi dari jumlah air yang dimasukkan secara terus – menerus ke dalam botol.  
*P* : Bagaimana bentuk botol?  
*SFD* : Menurut saya botolnya berbentuk lingkaran.  
*P* : Lalu bagaimana kamu akan menyelesaikan soal seperti ini?  
*SFD* : Saya rasa, air yang masuk akan menambah ketinggian dari air dalam botol.  
*P* : Langkah yang seperti apa yang kamu gunakan?  
*SFD* : Pertama, saya menentukan sumbu  $x$  dan sumbu  $y$  di bidang kartesiusnya bu. Sumbu  $x$  adalah jumlah air yang dimasukkan dan sumbu  $y$  adalah tinggi dari air yang berada di botol.

SFD menuliskan informasi berdasarkan pertanyaan yang diberikan. SFD mengenali bentuk lingkaran pada botol dan memberi label pada sumbu  $x$  dan  $y$  sebagai bentuk representasi subjek dalam mengidentifikasi masalah. SFD menentukan variabel-variabel tersebut berdasarkan permasalahan, yaitu jumlah air yang selanjutnya dinotasikan dengan volume dan banyaknya air dalam botol dinotasikan dengan tinggi air.

## 2. Aspek Mengkoordinasi

Jawaban subjek SFD dalam menyelesaikan masalah kovariansi pada aspek mengkoordinasi disajikan pada Gambar 2.



**Gambar 2** Jawaban SFD untuk Aspek Mengkoordinasi

Hasil wawancara yang diperoleh dari SFD pada aspek mengkoordinasi adalah sebagai berikut:

- P* : Bagaimana cara menggambar grafiknya?

*SFD : Saya membuat bidang kartesius, kemudian melabelkan sumbu  $x$  dan  $y$ . Lalu untuk bagian bawah grafiknya berbentuk lurus, karena tidak ada perubahan, botolnya sama besar.*

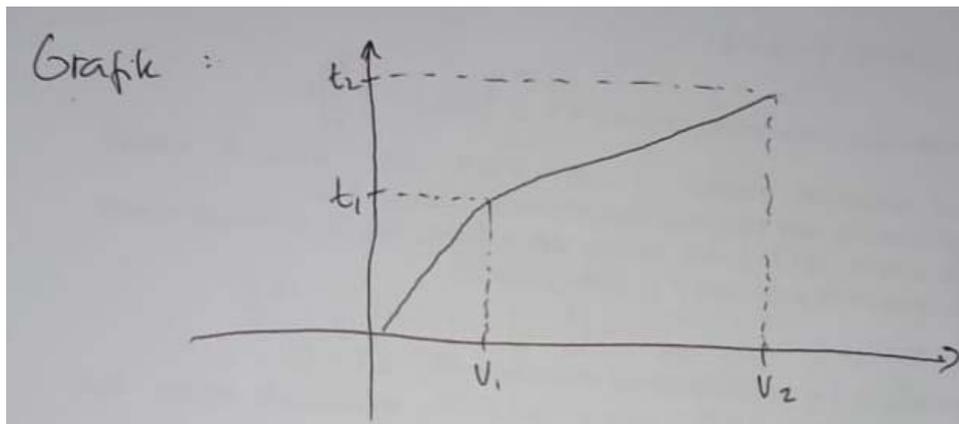
*P : Bagaimana hubungan kedua variabel dalam masalah kovariansi ini?*

*SFD : Menurut saya, hubungannya adalah terdapat di bagian jumlah air yang dimasukkan terus menerus dan ketinggian air didalam botol bu.*

SFD membuat grafik berdasarkan perubahan dari jumlah air yang dimasukkan dengan ketinggian air. Namun, SFD kurang memperhatikan bentuk botol yang mengecil dibagian atas.

### 3. Aspek Mengkonstruksi

Jawaban subjek SFD dalam menyelesaikan masalah kovariansi pada aspek mengkonstruksi disajikan pada Gambar 3.



**Gambar 3** Jawaban SFD pada Aspek Mengkonstruksi

Hasil wawancara yang diperoleh dari SFD dengan aspek mengkonstruksi adalah sebagai berikut:

*P : Lalu langkah apa yang kamu gunakan untuk menggambar grafik tersebut?*

*SFD : Saya membuat bidang kartesius, kemudian melabelkan sumbu  $x$  dan  $y$ . Lalu untuk bagian bawah grafiknya berbentuk lurus, karena tidak ada perubahan, botolnya sama besar.*

*P : Bagaimana hubungan kedua variabel dalam masalah kovariansi ini?*

*SFD : Menurut saya, hubungannya adalah terdapat di bagian jumlah air yang dimasukkan terus menerus dan ketinggian air didalam botol bu.*

*P : Kemana arah grafiknya?*

*SFD : Arah grafiknya ke atas bu.*

*P : Mengapa bisa demikian?*

*SFD : Karena pada dasarnya ketinggian air pada botol terus bertambah maka otomatis volume atau jumlah air yang di masukkan juga semakin banyak bu, makanya akan bertambah terus airnya. Jadinya grafiknya ke atas bu.*

*P : Apa yang terjadi jika air dalam botol penuh?*

*SFD : Ya, tinggi air didalam botol akan tetap sama bu.*

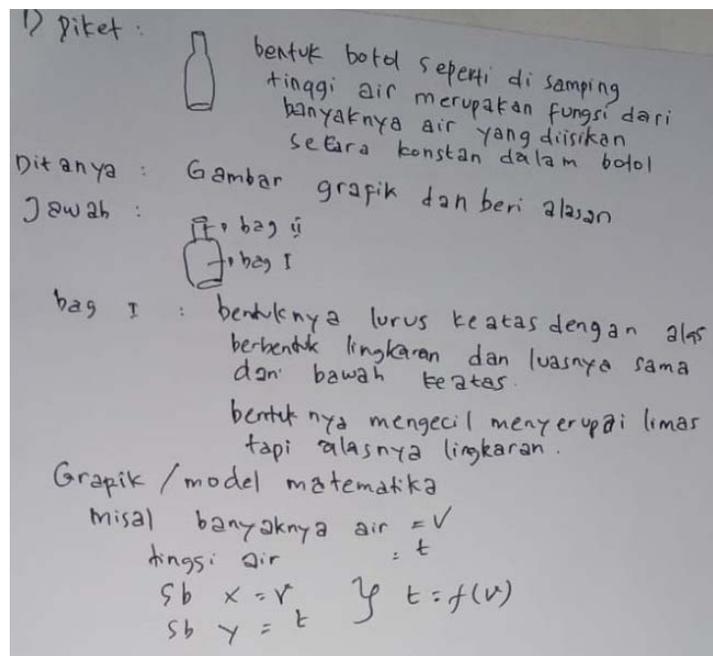
SFD mengatakan bahwa hubungan yang terjadi antara dua variabel adalah hubungan jumlah air dan tinggi air dalam botol, dan dapat menggambarkan grafik naik sesuai dengan penambahan air.

Berdasarkan hasil penelitian, pada aspek penalaran kovariasional; (1) mengidentifikasi, (2) mengkoordinasi dan (3) mengkonstruksi subjek SFD dapat menyelesaikannya dengan baik namun kurang teliti dibagian mengkoordinasi, subjek SFD kurang memperhatikan bentuk botol yang atasnya mengecil sehingga seharusnya ada perubahan antara jumlah air yang masuk.

### Subjek *Field-Independent* (SFI)

#### 1. Aspek Mengidentifikasi

Jawaban subjek SFI dalam menyelesaikan masalah kovariansi pada aspek mengidentifikasi disajikan pada Gambar 4.



**Gambar 4** Jawaban SFI pada Aspek Mengidentifikasi

Hasil wawancara yang diperoleh dari SFI dengan aspek mengidentifikasi adalah sebagai berikut:

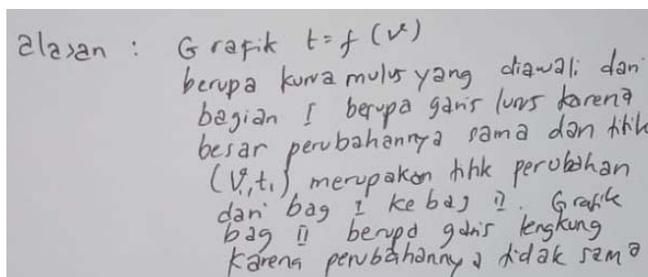
- P : Informasi seperti apa yang kamu ketahui setelah melihat soal?  
SFI : Disini ada sebuah botol, maka tinggi air merupakan fungsi dari jumlah air yang dimasukkan secara terus – menerus ke dalam botol.  
P : Bagaimana bentuk botol?  
SFI : Menurut saya botolnya berbentuk lingkaran.  
P : Lalu bagaimana kamu akan menyelesaikan soal seperti ini?

- SFI : *Saya rasa, botol tersebut dapat dibagi menjadi dua bagian.*  
 P : *Langkah yang seperti apa yang kamu gunakan?*  
 SFI : *Pertama, saya menentukan sumbu  $x$  dan sumbu  $y$  di bidang kartesiusnya bu. Sumbu  $x$  adalah jumlah air yang dimasukkan dan sumbu  $y$  adalah tinggi dari air yang berada di botol.*

SFI menuliskan informasi berdasarkan pertanyaan yang diberikan. SFI membagi botol yang diketahui menjadi dua bagian dan diberi keterangan disebelahnya sebagai bentuk representasi subjek dalam mengidentifikasi masalah. SFI menentukan variabel-variabel tersebut berdasarkan permasalahan, yaitu jumlah air yang selanjutnya dinotasikan dengan volume dan banyaknya air dalam botol dinotasikan dengan tinggi air.

## 2. Aspek Mengkoordinasi

Jawaban subjek SFI dalam menyelesaikan masalah kovariansi pada aspek mengkoordinasi disajikan pada Gambar 5.



Gambar 5. Jawaban SFI pada Aspek Mengkoordinasi

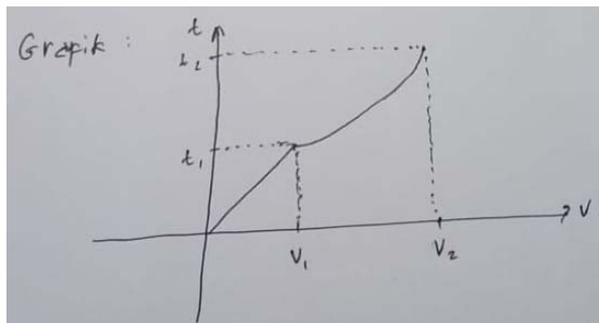
Hasil wawancara yang diperoleh dari SFI dengan aspek mengkoordinasi adalah sebagai berikut:

- P : *Bagaimana cara menggambar grafiknya?*  
 SFI : *Saya membuat bidang kartesius, kemudian melabelkan sumbu  $x$  dan  $y$ . Lalu untuk bagian bawah grafiknya berbentuk lurus, karena tidak ada perubahan, botolnya sama besar. Kemudian bagian atas grafik menjadi garis lengkung.*  
 P : *Apa yang menyebabkan garis lengkung pada bagian atas grafik?*  
 SFI : *Karena botolnya mengecil pada bagian atas jadi volume air yang dimasukkan semakin sedikit atau semakin kecil.*  
 P : *Bagaimana hubungan kedua variabel dalam masalah kovariansi ini?*  
 SFI : *Menurut saya, hubungannya adalah terdapat di bagian jumlah air yang dimasukkan terus menerus dan ketinggian air didalam botol bu.*

Dari hasil wawancara, didapat data bahwa SFI membuat grafik berdasarkan perubahan dari jumlah air yang dimasukkan dengan ketinggian air.

### 3. Aspek Mengkonstruksi

Jawaban subjek SFI dalam menyelesaikan masalah kovariansi pada aspek mengkonstruksi disajikan pada Gambar 6.



**Gambar 6** Jawaban SFI pada Aspek Mengkonstruksi

Hasil wawancara yang diperoleh dari SFI dengan aspek mengkonstruksi adalah sebagai berikut:

- P* : Lalu langkah apa yang kamu gunakan untuk menggambar grafik tersebut?  
*SFI* : Saya membuat bidang kartesius, kemudian melabelkan sumbu  $x$  dan  $y$ . Lalu untuk bagian bawah grafiknya berbentuk lurus, karena tidak ada perubahan, botolnya sama besar. Kemudian bagian atas grafik menjadi garis lengkung.  
*P* : Apa yang menyebabkan garis lengkung pada bagian atas grafik?  
*SFI* : Karena botolnya mengecil pada bagian atas jadi volume air yang dimasukkan semakin sedikit atau semakin kecil.  
*P* : Bagaimana hubungan kedua variabel dalam masalah kovariansi ini?  
*SFI* : Menurut saya, hubungannya adalah terdapat di bagian jumlah air yang dimasukkan terus menerus dan ketinggian air didalam botol bu.  
*P* : Kemana arah grafiknya?  
*SFI* : Arah grafiknya ke atas bu.  
*P* : Mengapa bisa demikian?  
*SFI* : Karena pada dasarnya ketinggian air pada botol terus bertambah maka otomatis volume atau jumlah air yang dimasukkan juga semakin banyak bu, makanya akan bertambah terus airnya. Jadinya grafiknya ke atas bu.  
*P* : Apa yang terjadi jika air dalam botol penuh?  
*SFI* : Ya, tinggi air didalam botol akan tetap sama bu.

SFI mewakili hubungan variabel yang ditentukan dan melalui gambar grafik yang dibangun melalui bagian-bagian yang dibuat SFI pada bentuk botol atau kendi. Perbedaan bentuk grafik dipengaruhi oleh bentuk botol sehingga menyebabkan perubahan besar pada ketinggian yang tidak tetap. Arah grafik yang dibuat selalu mengarah ke atas karena setiap penambahan air secara konstan maka ketinggiannya juga akan bertambah. SFI juga menjelaskan bahwa ketika botol sudah

penuh dan air ditambahkan lagi, grafiknya akan menjadi garis lurus mendatar karena tinggi air setelah penuh akan tetap sama dengan tinggi botol.

Berdasarkan hasil penelitian, pada aspek penalaran kovariasional; (1) mengidentifikasi, (2) mengkoordinasi dan (3) mengkonstruksi subjek SFI dapat menyelesaikannya dengan baik. Dapat mengembangkan informasi yang didapat dari pertanyaan.

Secara umum penalaran kovariasional subjek *field-independent* (SFI) dan subjek *field-dependent* (SFD) menunjukkan tidak terdapat banyak perbedaan. Pada beberapa aspek tertentu dalam penalaran kovariasional terdapat kesamaan antar subjek.

Pada aspek mengidentifikasi, subjek *field-independent* (SFI) dan subjek *field-dependent* (SFD) menentukan variabel yang berhubungan dari masalah kovariansi serta menemukan hubungan antara dua variabel dalam setiap alasan pada masalah yang diberikan. Hal ini sejalan dengan pendapat Saldanha & Thomposon yang menyatakan bahwa konsep kovariansi diawali dengan mengidentifikasi dua kumpulan data [6].

Pada aspek mengkoordinasi, subjek *field-independent* (SFI) dan subjek *field-dependent* (SFD) dapat menentukan perubahan antara dua variabel dan menentukan arah serta besarnya perubahan antara variabel jika dilihat dari variabel lainnya. Kedua subjek menentukan besar perubahan tinggi air dalam botol dan volume air yang diberikan atau sebaliknya melalui perhitungan dan pemahaman dari bentuk botolnya pada masalah kovariansi. Setelah mengetahui besar perubahan dari variabel, subjek menentukan arah perubahannya agar dapat melihat hubungan dari dua variabel yang mengalami peningkatan, atau penurunan maupun tetap. Hal ini sejalan dengan pendapat Slavits; Saldanha & Thomposon; dan Carlson dkk yang melibatkan aspek koordinasi perubahan dua variabel dalam penalaran kovariasional [5],[6],[2]. Kesulitan subjek *field-dependent* dalam menentukan besar perubahan, hal ini sesuai dengan karakter dari *field-dependent* yang lebih bersifat global, sedangkan *field-independent* lebih bersifat analitis sehingga mampu menganalisis bentuk bangun ruang prisma segi empat ataupun menggunakan konsep eksponen pada masalah kovariansi kedua [7].

Pada aspek mengkonstruksi, kedua subjek dapat menyajikan hubungan variabel pada masalah kovariansi ke dalam grafik. Sejalan dengan pendapat Zeytun dkk yaitu mengkonstruksi perubahan variabel dalam suatu gambar dan membentuk gambar dari dua variabel [8]. Kedua subjek memulai proses dalam mengkonstruksi grafik dengan memisalkan sumbu koordinat dengan variabel yang telah dilabelkan dari masalah kovariansi.

#### 4. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian, disimpulkan bahwa pada aspek mengidentifikasi, subjek *field-dependent* dan *field-independent* mengidentifikasi variabel-variabel yang berhubungan dengan masalah kovariansi melalui representasi informasi yang diketahui pada soal. Subjek *field-dependent* dan *field-independent* mengidentifikasi informasi masalah dengan membuat bagian-bagian pada botol yang diketahui menjadi dasar subjek *field-dependent* dan *field-independent* dalam menentukan besarnya perubahan jumlah air atau volume dan tinggi air. di dalam botol. Pada aspek koordinasi, subjek *field-dependent* mampu mengkoordinasikan dengan baik, namun kurang teliti dibagian grafiknya. Sedangkan *field-independent* menentukan pola perubahan antara dua variabel yang telah diidentifikasi. Bagaimana variabel berubah dengan kenaikan variabel. Subjek *field-dependent* dan *field-independent* membuat bagian-bagian dari botol yang menurut subjek *field-dependent* dan *field-independent* tidak beraturan yang menyebabkan perubahan tinggi yang besar dan juga tidak sama. Namun, di semua botol, ketika air ditambahkan, ketinggiannya akan bertambah sehingga menyebabkan arah grafik naik. Besarnya perubahan hasil variabel dalam arah yang dibuat oleh subjek bebas lapangan. Dalam aspek konstruksi, subjek *field-dependent* dan *field-independent* merepresentasikan hubungan antara dua variabel yang didefinisikan dalam sebuah grafik. *field-dependent* dan *field-independent* mengkonstruksi berdasarkan botol yang dibagi menjadi beberapa bagian terlebih dahulu untuk merumuskan besarnya perubahan ketinggian. Jadi bentuk botol mempengaruhi konstruksi gambar grafis. Dalam membuat grafik, *field-dependent* dan *field-independent* juga menentukan sumbu koordinat sebagai variabel yang telah ditentukan sebelumnya sebelum menggambar grafik.

Agar semua aspek penalaran kovariasional berkembang dengan baik pada siswa, disarankan kepada guru untuk memberikan tugas yang dapat mengukur semua aspek tersebut dalam bentuk masalah kovariansi. Selanjutnya dalam memahami masalah kovariansi terkait konstruksi mental, penalaran kovariasional ini terkait dengan teori APOS, sehingga disarankan bagi peneliti selanjutnya untuk melihat konstruksi mental pada penalaran kovariasional dengan menggunakan teori APOS

#### 5. DAFTAR PUSTAKA

- [1] NCTM. (2009). *Principles and Standards for School Mathematics*. United States of America : The National Council of Teachers of Mathematics, Inc..
- [2] M. Carlson, S. Jacobs, E. Coe, S. Larsen, and E. Hsu, "Applying covariational reasoning while modeling dynamic events: A framework and a study," *J. Res. Math. Educ.*, vol. 33,

- no. 5, pp. 352–378, 2002, doi: 10.2307/4149958.
- [3] O. Koklu, “An Investigation of College Students, Florida State University Libraries,” 2007.
- [4] P. W. Thompson and M. P. Carlson, “Variation, covariation, and functions: Foundational ways of mathematical thinking,” *Compend. Res. Math. Educ.*, no. November 2016, pp. 421–456, 2017.
- [5] D. Slavit, “An alternate route to the reification of function,” *Educ. Stud. Math.*, vol. 33, no. 3, pp. 259–281, 1997, doi: 10.1023/a:1002937032215.
- [6] L. A. Saldanha and P. W. Thompson, “Re-thinking Covariation from a Quantitative Perspective: Simultaneous Continuous Variation,” *Proc. Annu. Meet. Psychol. Math. Educ. - North Am.*, vol. 1, no. 1, pp. 298–304, 1998.
- [7] Witkin. (1973). *The Role of Cognitive Style in Academic Performance And In Teacher-Student Relations*. Research Bulletin. New Jersey: Educational Testing Service.
- [8] A. Ş. E. N. Zeytun, B. Çetİnkaya, and A. K. Erbaş, “Matematik Öğretmenlerinin Kovaryasyonel Düşünme Düzeyleri ve Öğrencilerinin Kovaryasyonel Düşünme Becerilerine İlişkin Tahminleri,” vol. 10, no. 3, pp. 1573–1612, 2010, doi: 10.1016/j.ijedu.

