

Penalaran Matematis Siswa SMA dalam Menyelesaikan Masalah Berdasarkan Kemampuan Matematika

Yulinah¹⁾, Syarifatul Maf'ulah^{2)*}, Nurwiani³⁾

^{1,2,3}Universitas PGRI Jombang – Jl. Patimura III/20, Jombang, Jawa Timur, 61418, Indonesia

*Penulis Korespondensi : syarifatul.m@gmail.com

Diterima: 26 Februari 2025, Direvisi: 17 Maret 2025, Disetujui: 26 Maret 2025.

Abstract

Mathematical reasoning is a mental activity that connects relevant facts to draw conclusions based on valid arguments. This research aims to describe the mathematical reasoning of high school students with high, medium, and low mathematical abilities in solving problems. This research also offers a comprehensive understanding of how varying levels of mathematical ability influence students' reasoning processes in problem-solving. This research used qualitative methods with the subjects being three students in class X-8 of SMA Negeri 1 Trawas, each representing high, medium and low levels of mathematical ability. Research instruments include mathematical ability tests, mathematical reasoning tests, and interview guidelines, with triangulation of time to ensure the validity of data. Data analysis was carried out through reduction, presentation, and concluding of data. The research results show that students with high mathematical abilities can explain information in verbal and symbolic form, develop problem-solving strategies, carry out mathematical manipulations, provide reasons for solutions, check the correctness of each stage, and provide conclusions on the solution process. Students with moderate abilities show similar abilities but do not provide conclusions about the solution process. Meanwhile, students with low abilities also showed similar solution steps but did not provide conclusions about the solution process. These findings provide insight into differences in students' mathematical reasoning abilities based on their mathematical ability.

Keywords: *Mathematical Reasoning; Mathematical Ability; Solving Problems.*

Abstrak

Penalaran matematis adalah aktivitas mental yang menghubungkan fakta-fakta relevan untuk menarik kesimpulan berdasarkan argumen yang valid. Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan penalaran matematis siswa SMA dengan kemampuan matematika tinggi, sedang, dan rendah dalam menyelesaikan masalah. Penelitian ini juga memberikan pemahaman yang komprehensif mengenai bagaimana tingkat kemampuan matematika memengaruhi proses penalaran siswa dalam menyelesaikan masalah. Penelitian ini menggunakan metode kualitatif dengan subjek tiga siswa kelas X-8 SMA Negeri 1 Trawas, masing-masing mewakili tingkat kemampuan matematika tinggi, sedang, dan rendah. Instrumen penelitian meliputi tes kemampuan matematika, tes penalaran matematis, dan pedoman wawancara, dengan triangulasi waktu untuk menjamin keabsahan data. Analisis data dilakukan melalui reduksi, pemaparan, dan penarikan kesimpulan dari data. Hasil penelitian menunjukkan bahwa siswa berkemampuan matematika tinggi mampu menjelaskan informasi dalam bentuk verbal dan simbol, menyusun strategi penyelesaian masalah, melakukan manipulasi matematika, memberikan alasan terhadap solusi yang diberikan, memeriksa kebenaran setiap tahapan, dan memberikan kesimpulan atas proses penyelesaian. Siswa berkemampuan sedang menunjukkan kemampuan serupa, tetapi tidak memberikan kesimpulan atas proses penyelesaian. Sementara itu, siswa berkemampuan rendah juga menunjukkan langkah-langkah penyelesaian serupa, namun tidak memberikan kesimpulan atas proses penyelesaian. Temuan ini memberikan wawasan mengenai perbedaan kemampuan penalaran matematis siswa berdasarkan kemampuan matematika.

Kata Kunci: *Menyelesaikan Masalah; Kemampuan Matematika; Penalaran Matematis.*

1. PENDAHULUAN

Upaya meningkatkan mutu sumber daya manusia, pendidikan memainkan peran vital, khususnya dalam membentuk individu yang berkarakter, bertanggung jawab, dan mampu mengoptimalkan potensi diri [1], [2]. Pendidikan merupakan proses terstruktur yang melibatkan partisipasi aktif keluarga, masyarakat, dan pemerintah dalam memberikan bimbingan, pengajaran, dan pelatihan kepada individu, baik di dalam maupun di luar lingkungan sekolah [3]. Dengan pendidikan, seseorang dapat mengembangkan pola pikir yang dimiliki. Di era pesatnya perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi, individu diharapkan memiliki kemampuan berpikir yang dapat digunakan untuk menyesuaikan diri, termasuk dalam penyelesaian masalah matematika. Namun demikian, di sekolah pelajaran matematika masih sering dianggap sebagai salah satu pelajaran yang sukar karena sifatnya yang abstrak dan membutuhkan pemikiran logis dalam mempelajarinya [4]. Maka dari itu, individu perlu dibekali dengan pemahaman peran matematika dalam dunia modern yang baik, tidak cukup hanya menguasai kemampuan berhitung saja. Individu juga harus menguasai kemampuan lain, seperti penalaran matematis [5].

Kemampuan berpikir kritis dan bernalar matematis sangat membantu siswa dalam memecahkan masalah. O'daffler dalam Siahaya, dkk [6] menambahkan bahwa penalaran matematis mencakup pembuatan rumusan dan penarikan kesimpulan yang valid mengenai ide-ide matematis serta kaitannya. Mengembangkan kemampuan ini sejalan dengan visi pendidikan matematika masa depan, sebagaimana yang disampaikan oleh *The National Council of Teachers of Mathematics*, yang menekankan pentingnya latihan soal yang mendukung kemampuan penalaran matematis [7].

Penalaran matematis merupakan dasar bagi siswa untuk dapat menjelaskan secara rinci proses penyelesaian masalah. Lebih lanjut, dengan kemampuan bernalar, seseorang dapat memecahkan masalah ataupun menentukan keputusan dalam hidupnya dengan baik [8], [9].

Penalaran, sebagai proses berpikir untuk menarik kesimpulan dan membentuk pernyataan baru yang valid berdasarkan premis yang terbukti atau diasumsikan benar, sangat penting dalam matematika [10]. Namun, penelitian Dwiningrum, dkk [11] menunjukkan bahwa siswa seringkali mengandalkan hafalan rumus tanpa pemahaman konsep yang mendalam, mengakibatkan mudahnya mereka melupakan materi tersebut. Kemudian hasil survei *Programme for International Student Assessment* (PISA) menunjukkan bahwa nilai matematika siswa di Indonesia rendah yang berhubungan dengan kemampuan penalaran yang dimilikinya [2]. Hal ini menghambat kemampuan siswa dalam berpikir kritis. Soal *Higher Order Thinkings* (HOTS) non-

rutin dapat menjadi sarana efektif untuk melatih penalaran matematis siswa [12], terutama dalam materi yang dianggap sulit, seperti Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel (SPLTV).

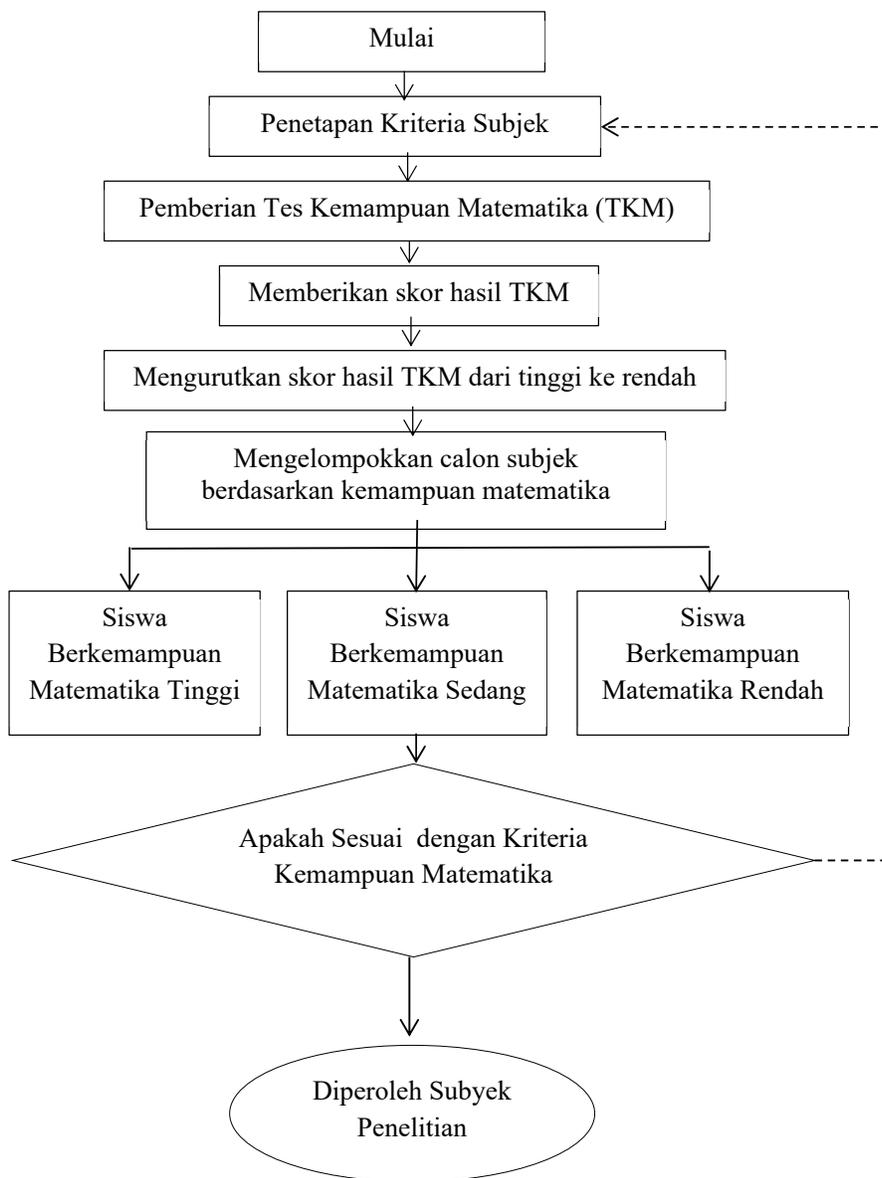
Hasil penelitian terdahulu oleh Azizah, dkk [13] menunjukkan adanya korelasi kuat antara kemampuan matematika dan penalaran matematis siswa, di mana peningkatan kemampuan matematika diikuti dengan peningkatan penalaran matematis. Kemudian hasil penelitian Linola, dkk [14] mengungkapkan bahwa siswa dengan kemampuan rendah cenderung kesulitan dalam menyajikan pernyataan matematis dan memberikan bukti yang lengkap. Sementara itu, siswa dengan kemampuan tinggi cenderung mampu menyajikan solusi yang lengkap dan logis. Dalam upaya memperbarui penelitian mengenai penalaran matematis siswa SMA, penelitian ini mengadopsi pendekatan inovatif dengan merancang permasalahan yang relevan kehidupan siswa. Dengan demikian, penelitian tidak hanya mengukur kemampuan penalaran matematis siswa dalam situasi akademis yang abstrak, tetapi juga dalam konteks praktis yang memungkinkan siswa untuk melihat relevansi matematika dalam kehidupan nyata.

Rendahnya kemampuan penalaran matematis siswa dalam menyelesaikan soal cerita disebabkan oleh kesulitan mereka dalam memahami inti permasalahan dan hanya terpaku pada penggunaan rumus tanpa memahami konsepnya. Melihat kondisi ini, guru diharapkan mampu mengimplementasikan strategi pembelajaran yang sesuai untuk meningkatkan penalaran matematis siswa, terutama pada materi SPLTV yang kerap kali dianggap rumit. Oleh karena itu, peneliti tertarik melakukan penelitian dengan tujuan untuk mendeskripsikan kemampuan penalaran matematis siswa SMA dalam menyelesaikan masalah berdasarkan kemampuan matematika mereka, dengan harapan dapat memberikan gambaran mengenai peran kemampuan ini dalam pembelajaran matematika.

2. METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan metode kualitatif deskriptif untuk menggali informasi mendalam mengenai kemampuan penalaran matematika siswa berdasarkan tingkat kemampuan matematika. Pendekatan deskriptif kualitatif ini digunakan untuk menggambarkan hasil analisis data secara rinci dan menyeluruh. Subjek penelitian ini adalah tiga orang siswa pada masing-masing tingkat kemampuan matematika (tinggi, sedang, dan rendah) yang dilihat dari hasil Tes Kemampuan Matematika (TKM) dengan kriteria bahwa subjek penelitian merupakan siswa yang komunikatif berdasarkan pertimbangan dan informasi dari guru agar subjek dapat memberikan informasi yang detail dan menyeluruh saat wawancara. Pemilihan subjek ini bertujuan untuk memperoleh variasi

data terkait penalaran matematis pada masing-masing tingkat kemampuan matematika. Prosedur pemilihan subjek digambarkan pada Gambar 1.



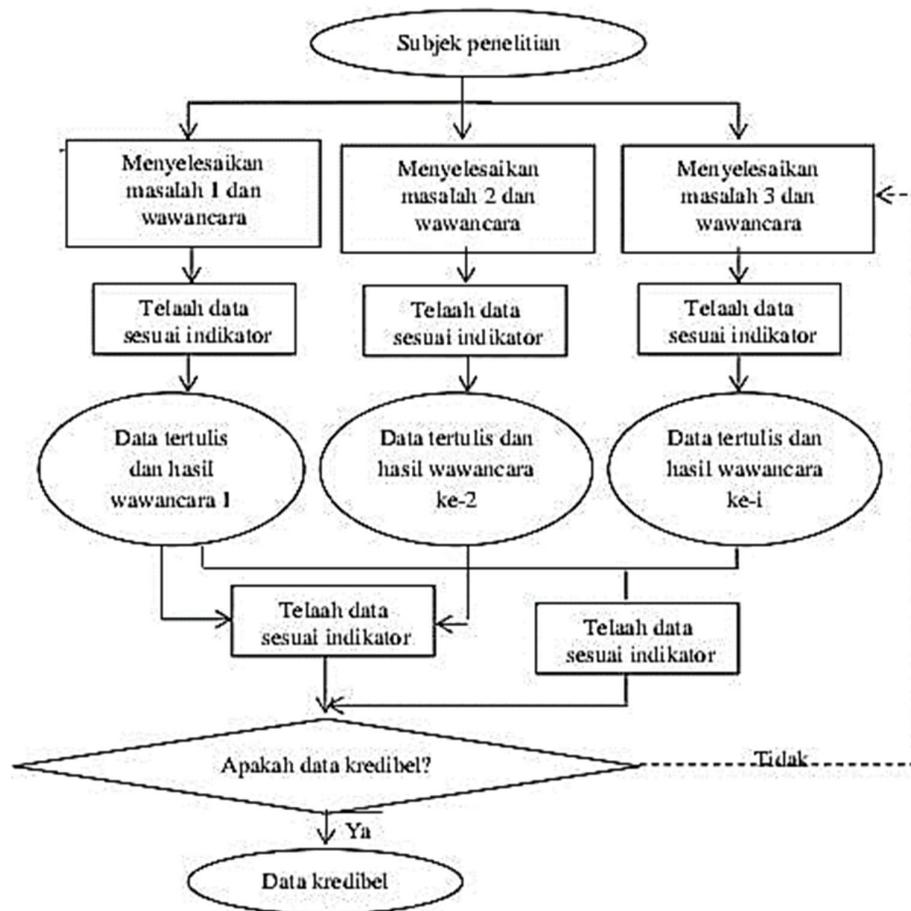
Gambar 1 Diagram Alur Pemilihan Subyek Penelitian

Dari 33 calon subjek penelitian, terpilihlah tiga subjek sebagaimana dijelaskan pada Tabel 1.

Tabel 1. Subjek Penelitian

No	Inisial Nama	Kode	Skor TKM	Tingkat Kemampuan Matematika
1	ED	ST	88	Tinggi
2	RMP	SS	76	Sedang
3	CR	SR	60	Rendah

Penelitian ini menggunakan dua jenis instrumen: instrumen utama dan instrumen pendukung. Peneliti sendiri berperan sebagai instrumen utama, sementara instrumen pendukungnya terdiri dari tes penalaran matematis dan pedoman wawancara. Teknik pengumpulan data dilakukan melalui tes dan wawancara. Untuk memastikan keabsahan data, digunakan triangulasi waktu, yaitu pengumpulan data dari sumber yang sama pada waktu yang berbeda. Validasi data hasil penelitian disajikan pada diagram alur sebagaimana disajikan pada Gambar 2.



Gambar 2 Diagram Validasi Data

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Analisis Penalaran Matematis Subjek ST dalam Menyelesaikan Masalah

Subjek menjelaskan atau menuliskan informasi yang diketahui dalam bentuk verbal, gambar, diagram atau simbol lainnya

Berdasarkan kutipan hasil wawancara, dari masalah yang diberikan ST menjelaskan informasi yang diketahui yaitu ada tiga tongkat yang terdiri dari tongkat *a*, tongkat *b*, dan tongkat *c*. Kemudian dijabarkan tiga tongkat dengan ukuran *a*, dua tongkat dengan ukuran *b*, dan satu tongkat

dengan ukuran c yang panjangnya 780 cm. Setelah itu dijajarkan sebuah tongkat ukuran a , dan dua tongkat ukuran c dan panjangnya 460 cm. Panjang dua tongkat ukuran a sama panjang dengan tongkat ukuran c . Subjek menggunakan simbol a, b , dan c . Simbol a untuk mewakili tongkat a , simbol b untuk mewakili tongkat b , dan simbol c untuk mewakili tongkat c . Hal ini diperkuat dengan kutipan hasil wawancara peneliti kepada ST, yaitu sebagai berikut.

P : Dari masalah yang telah diberikan, Apa saja yang diketahui pada masalah? simbol apa yang kamu gunakan, mengapa menggunakan simbol itu? Coba jelaskan!

ST : Dalam masalah ini diketahui ada tiga tongkat yaitu tongkat a , tongkat b , dan tongkat c . Kemudian dijajarkan tiga tongkat ukuran a , dua tongkat ukuran b , dan sebuah tongkat ukuran c yang panjangnya 780 cm. Setelah itu disusun sejajar sebuah tongkat ukuran a , dan dua tongkat ukuran c dan panjangnya 460 cm. Panjang 2 tongkat ukuran a sama panjang dengan tongkat ukuran c . Simbol yang saya gunakan adalah a, b, c . Simbol a mewakili tongkat a , simbol b mewakili tongkat b , dan simbol c mewakili tongkat c .

Berdasarkan hasil TPM, ST menuliskan informasi yang diketahui menggunakan simbol a untuk mewakili tongkat a , simbol b untuk mewakili tongkat b , dan simbol c untuk mewakili tongkat c , yaitu menuliskan diketahui $a = 3, b = 2, c = 1$ dengan kurung kurawal 780, $a + 2c = 460, 2a = c$. ST menggunakan simbol lain yaitu simbol kurung kurawal yang menyatakan jumlah dari ketiga tongkat. Hal ini diperkuat dengan kutipan hasil TPM ST pada Gambar 4 berikut ini.

Diket = $a = 3$	} 780	$a + 2c = 460$
$b = 2$		
$c = 1$		$2a = c$

Gambar 4 Kutipan Hasil TPM Subjek ST Indikator 1

Subjek menyebutkan yang ditanyakan pada masalah

Berdasarkan kutipan hasil TPM dan wawancara dengan kode ST1. Subjek ST menyebutkan yang ditanyakan dalam masalah tersebut adalah panjang tongkat a , tongkat b , dan tongkat c . Kutipan hasil TPM dan wawancara yang mendukung analisis ini adalah sebagai berikut.

Ditanya : Panjang tiap tongkat .. ?

Gambar 5 Kutipan Hasil TPM Subjek ST Indikator 2

P : Apa saja yang ditanyakan pada soal tersebut?

ST : Yang ditanyakan dalam soal tersebut adalah panjang tongkat a , tongkat b , dan juga tongkat c

Subjek menyusun strategi yang digunakan dalam menyelesaikan masalah

Berdasarkan kutipan hasil TPM dan wawancara, subjek ST menyusun strategi penyelesaian yaitu dari hal-hal yang diketahui pada masalah, ST menuliskan ke dalam model matematika dan

menyusunnya menjadi tiga persamaan linear kemudian menyelesaikan menggunakan cara substitusi. Kutipan hasil TPM disajikan pada Gambar 6 berikut.

$$\begin{array}{l} \hline 3a + 2b + c = 780 \dots (1) \\ \hline a + 2c = 460 \dots (2) \\ \hline 2a = c \dots (3) \\ \hline \end{array}$$

Gambar 6 Kutipan Hasil TPM Subjek ST Indikator 2

Pernyataan tersebut diperkuat oleh kutipan wawancara sebagai berikut.

- P* : Sekarang coba jelaskan terkait strategi penyelesaian kamu!
ST : Saya menyusun menjadi tiga persamaan linear kemudian menyelesaikan menggunakan cara substitusi

Subjek melakukan manipulasi matematika dengan menuliskan langkah-langkah penyelesaian masalah berdasarkan strategi penyelesaian masalah yang telah ditetapkan

Berdasarkan kutipan hasil TPM dan wawancara, ST menuliskan tiga persamaan linear, yaitu $3a + 2b + c = 780$, $a + 2c = 460$, dan $2a = c$. Kemudian ST menggunakan cara substitusi yaitu mensubstitusikan persamaan 3 ke dalam persamaan 2 yaitu c dengan $2a$ sehingga didapatkan nilai $a = 92$. Setelah didapatkan nilai a kemudian disubstitusikan ke persamaan 3 dengan substitusi nilai a ke dalam persamaan 3 sehingga didapatkan nilai $c = 184$, selanjutnya mensubstitusikan nilai a dan juga nilai c ke persamaan 3 dan didapatkan nilai $b = 160$. Subjek ST menggunakan cara substitusi dalam menyelesaikan masalah karena menurut subjek ST cara tersebut yang sesuai untuk menyelesaikan masalah tersebut. Subjek ST menulis seperti hasil TPM berikut ini.

Persamaan (3) ke (2) $a + 2c = 460$ $a + 2(2a) = 460$ $a + 4a = 460$ $5a = 460$ $a = 92,1$	$2a = c$ $2(92) = c$ $184 = c$	$3a + 2b + c = 780$ $3(92) + 2b + 184 = 780$ $276 + 2b + 184 = 780$ $2b + 460 = 780$ $2b = 780 - 460$ $2b = 320$ $b = \frac{320}{2}$ $b = 160,1$
---	--------------------------------------	---

Gambar 7 Kutipan Hasil TPM Subjek ST Indikator 4

Subjek memberikan alasan terhadap kebenaran solusi dari masalah

Berdasarkan hasil wawancara, ST mampu memberikan alasan dan penjelasan dari kebenaran solusi masalah yang diperoleh, yaitu ST mengecek kebenaran hasil akhir dengan cara mensubstitusikan hasil akhir ke persamaan awal. Pernyataan tersebut diperkuat oleh kutipan wawancara sebagai berikut.

- P* : Mengapa kamu yakin? Alasannya apa? Coba jelaskan alasanmu!
ST : Saya yakin karena sudah saya coba memasukkan hasilnya ke dalam persamaan dan hasilnya benar.

Subjek memeriksa kebenaran setiap tahapan penyelesaian masalah

Berdasarkan kutipan wawancara, ST memeriksa kembali jawabannya dari awal sampai akhir, yaitu mulai dari diketahui $a = 3, b = 2, c = 1$ sama dengan 780, $a + 2c = 460$, dan $2a = c$, ditanya panjang tongkat a , tongkat b , dan tongkat c , dan penyelesaian masalah menggunakan cara substitusi persamaan 3 ke dalam persamaan 2. Setelah diperoleh nilai $a = 92$ kemudian disubstitusikan kembali ke persamaan 1 dan didapatkan $b = 160$, selanjutnya disubstitusikan ke persamaan 3 dan didapatkan nilai $c = 184$. Pernyataan tersebut diperkuat oleh kutipan wawancara sebagai berikut.

- P* : Apakah kamu memeriksa setiap tahapan penyelesaian dan kebenaran di setiap penyelesaian masalah?
ST : Iya, setelah selesai mengerjakan masalah, saya memeriksa kembali jawaban saya mulai dari awal sampai akhir.

Subjek memberikan kesimpulan terhadap proses penyelesaian masalah yang telah dilakukan

Berdasarkan kutipan hasil TPM dan wawancara, ST menyimpulkan bahwa nilai a sama dengan 92, nilai b sama dengan 160, dan nilai c sama dengan 184. Subjek menulis seperti kutipan hasil TPM berikut ini. Subjek ST menulis seperti kutipan TPM berikut ini.

$$\begin{array}{l} \hline a = 92 \\ b = 160 \\ \hline c = 184 \end{array}$$

Gambar 8 Kutipan Hasil TPM Subjek ST Indikator 6

Pernyataan tersebut diperkuat oleh kutipan wawancara sebagai berikut.

- P* : Jelaskan kesimpulan dari hasil penyelesaian masalah ini!
ST : Dari penyelesaian masalah ini dapat disimpulkan nilai a sama dengan 92, nilai b sama dengan 160, dan nilai c sama dengan 184.

3.2. Analisis Penalaran Matematis Subjek SS dalam Menyelesaikan Masalah

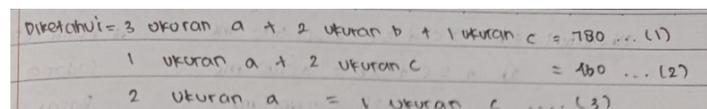
Subjek menjelaskan atau menuliskan informasi yang diketahui dalam bentuk verbal, gambar, diagram atau simbol lainnya.

Berdasarkan kutipan hasil wawancara, SS menjelaskan yang diketahui dalam masalah tersebut yaitu Asep mempunyai 3 tongkat yang ukurannya berbeda yaitu ukuran a , ukuran b , dan ukuran c . 3 ukuran a ditambah 2 ukuran b ditambah satu ukuran c sama dengan 780, 1 ukuran a ditambah 2 ukuran c sama dengan 460, dan 2 ukuran a sama dengan 1 ukuran c . SS menggunakan simbol

a , b , dan c dengan alasan karena untuk mempermudah dalam menyelesaikan masalah. Pernyataan tersebut diperkuat dengan kutipan hasil wawancara peneliti kepada SS, yaitu sebagai berikut.

- P : Dari masalah yang telah diberikan, Apa saja yang diketahui pada masalah? simbol apa yang kamu gunakan, mengapa menggunakan simbol itu? Coba jelaskan!*
- SS : Yang diketahui dalam masalah tersebut yaitu Asep mempunyai 3 tongkat yang ukurannya berbeda. Simbol yang saya gunakan adalah a , b , dan c karena untuk mempermudah dalam menyelesaikan masalah.*

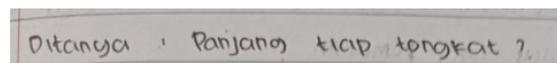
Berdasarkan hasil TPM, SS menuliskan informasi yang diketahui menggunakan simbol a untuk mewakili tongkat a , simbol b untuk mewakili tongkat b , dan simbol c untuk mewakili tongkat c , yaitu menuliskan diketahui 3 ukuran $a + 2$ ukuran $b + 1$ ukuran $c = 780$, 1 ukuran $a + 2$ ukuran $c = 460$, dan 2 ukuran $a = 1$ ukuran c . SS juga menggunakan simbol lain yaitu angka dalam kurung yang menyatakan persamaan. Hal ini diperkuat dengan kutipan hasil TPM SS yang disajikan pada Gambar 9.



Gambar 9 Kutipan Hasil TPM Subjek SS Indikator 1

Subjek menyebutkan yang ditanyakan pada masalah

Berdasarkan kutipan hasil TPM dan wawancara, SS menyebutkan yang ditanyakan dalam masalah tersebut, panjang setiap tiga ukuran tongkat. Kutipan hasil TPM dan wawancara yang mendukung analisis ini adalah sebagai berikut.



Gambar 10 Kutipan Hasil TPM Subjek SS Indikator 2

- P : Apa yang ditanyakan pada masalah tersebut?*
- SS : Panjang setiap tiga ukuran tongkat*

Subjek menyusun strategi yang digunakan dalam menyelesaikan masalah

Berdasarkan hasil wawancara, subjek SS merancang strategi penyelesaian dengan mengidentifikasi rumus-rumus yang relevan untuk memecahkan masalah. Subjek SS memulai dengan menganalisis informasi yang diketahui dan ditanyakan dalam soal, kemudian menerapkan rumus substitusi yang sesuai. Pernyataan tersebut diperkuat oleh kutipan wawancara sebagai berikut.

- P : Coba jelaskan terkait strategi penyelesaian kamu!*
- SS : Saya menggunakan rumus substitusi.*

Subjek melakukan manipulasi matematika dengan menuliskan langkah-langkah penyelesaian masalah berdasarkan strategi penyelesaian masalah yang telah ditetapkan

Berdasarkan kutipan wawancara dengan kode SS3, SS mensubstitusi persamaan 3 ke persamaan 2 untuk memperoleh nilai a yaitu mensubstitusi nilai c dengan $2a$ sehingga didapatkan nilai $a = 92$, untuk memperoleh nilai c subjek SS mensubstitusikan nilai a ke persamaan 3 sehingga diperoleh nilai $c = 184$, dan untuk memperoleh nilai b subjek SS melakukan substitusi nilai a dan c ke persamaan 1 sehingga diperoleh nilai $b = 160$. Kutipan hasil TPM dan wawancara yang mendukung analisis ini adalah sebagai berikut ini.

$\Rightarrow \text{Substitusi persamaan 3 ke 2}$ $a + 2c = 460$ $a + 2(2a) = 460$ $a + 4a = 460$ $5a = 460$ $a = \frac{460}{5} = 92$	$2a = c$ $2(92) = c$ $184 = c$	$3a + 2b + c = 780$ $3(92) + 2b + 184 = 780$ $460 + 2b = 780$ $2b = 780 - 460$ $2b = 320$ $b = \frac{320}{2} = 160$
--	--------------------------------	---

Gambar 11 Kutipan Hasil TPM Subjek SS Indikator 4

- P : Kamu telah menyelesaikan tes penalaran matematis (menunjukkan hasil tes penalaran matematis). Jelaskan langkah-langkah yg kamu lakukan dalam menyelesaikan masalah!*
- SS : Saya mensubstitusi persamaan 3 ke persamaan 2 untuk memperoleh nilai a , untuk memperoleh nilai c saya menggunakan persamaan 3, dan untuk memperoleh nilai b saya menggunakan persamaan 1*

Subjek memberikan alasan terhadap kebenaran solusi dari masalah

Berdasarkan hasil wawancara, SS membenarkan solusinya karena yakin telah menggunakan rumus yang tepat untuk menyelesaikan masalah tersebut. Hal tersebut didukung oleh kutipan wawancara sebagai berikut.

- P : Mengapa kamu yakin? Alasannya apa? Coba jelaskan alasanmu!*
- SS : Karena saya sudah menggunakan rumus yang sesuai dengan permasalahan yang ada*

Subjek memeriksa kebenaran setiap tahapan penyelesaian masalah

Berdasarkan kutipan wawancara, SS memeriksa kembali jawabannya dari awal sampai akhir, yaitu mulai dari menuliskan diketahui 3 ukuran $a + 2$ ukuran $b + 1$ ukuran $c = 780$, 1 ukuran $a + 2$ ukuran $c = 460$, dan 2 ukuran $a = 1$ ukuran. Kemudian ditanyakan panjang tiap tongkat. Selanjutnya SS menyelesaikan masalah dengan cara mensubstitusi persamaan 3 ke persamaan 2 untuk memperoleh nilai a yaitu mensubstitusi nilai c dengan $2a$ sehingga didapatkan nilai $a = 92$, untuk memperoleh nilai c subjek SS mensubstitusikan nilai a ke persamaan 3 sehingga

diperoleh nilai $c = 184$, dan untuk memperoleh nilai b subjek SS mensubstitusikan nilai a dan c ke persamaan 1 sehingga diperoleh nilai $b = 160$.

Subjek memberikan kesimpulan terhadap proses penyelesaian masalah yang telah dilakukan

Berdasarkan wawancara, subjek SS menyimpulkan bahwa Asep mempunyai 3 ukuran tongkat yang berbeda, yang a panjangnya 92, yang b panjangnya 160, dan yang c panjangnya 184. Pernyataan tersebut diperkuat oleh kutipan dalam wawancara sebagai berikut.

- P : Coba jelaskan kesimpulan dari hasil penyelesaian masalah ini!*
SS : Kesimpulannya Asep mempunyai 3 ukuran tongkat yang berbeda, yang a panjangnya 92, yang b panjangnya 160, dan yang c panjangnya 184.

3.3. Analisis Penalaran Matematis Subjek SR dalam Menyelesaikan Masalah

Subjek menjelaskan atau menuliskan informasi yang diketahui dalam bentuk gambar, diagram atau simbol lainnya

Berdasarkan kutipan hasil wawancara, SR menjelaskan dari masalah yang diberikan diketahui Asep memiliki 3 jenis ukuran tongkat yang berbeda yaitu a , b , dan c . Asep menjajarkan 3 tongkat ukuran a , 2 tongkat ukuran b , dan 1 tongkat ukuran c panjangnya 780 cm. Asep menjajarkan 1 tongkat ukuran a dan 2 tongkat ukuran b panjangnya 460 cm. Panjang 2 tongkat ukuran b sama dengan 1 tongkat ukuran c . Subjek SR menggunakan simbol a , b , dan c karena akan memudahkan subjek dalam menyelesaikan masalah. Hal ini diperkuat dengan kutipan hasil wawancara peneliti kepada SR, yaitu sebagai berikut.

- P : Dari masalah yang telah diberikan, Apa saja yang diketahui pada masalah? simbol apa yang kamu gunakan, mengapa menggunakan simbol itu? Coba jelaskan!*
SR : Dalam masalah ini diketahui bahwa Asep memiliki 3 jenis ukuran tongkat yang berbeda. Simbol yang saya gunakan adalah a , b , dan c karena akan memudahkan saya untuk mengerjakan.

Berdasarkan hasil TPM, SR menuliskan informasi yang diketahui dalam bentuk kalimat dan menggunakan simbol a untuk mewakili tongkat a , simbol b untuk mewakili tongkat b , dan simbol c untuk mewakili tongkat c , yaitu menuliskan diketahui Asep mempunyai 3 jenis ukuran tongkat (a , b , c). Asep menata dengan sejajar tiga tongkat ukuran a , dua tongkat ukuran b , dan sebuah tongkat ukuran c panjangnya 780 cm. Asep menata sejajar satu tongkat ukuran a dan dua tongkat ukuran b panjangnya 460 cm. 2 tongkat ukuran $b =$ ukuran c . Pernyataan tersebut didukung dengan kutipan TPM SR yang disajikan pada Gambar 12.

Diketahui : Asep memiliki 3 jenis ukuran tongkat (a,b,c)
 Asep menjajarkan 3 tongkat ukuran a
 2 tongkat ukuran b
 1 tongkat ukuran c
 Dan juga menjajarkan sebuah tongkat ukuran a
 2 tongkat ukuran c
 2 tongkat ukuran a = ukuran c

Gambar 12 Kutipan Hasil TPM Subjek SR Indikator 1

Subjek menyebutkan yang ditanyakan pada masalah

Berdasarkan kutipan wawancara, subjek SR menyebutkan yang ditanyakan dalam masalah tersebut adalah panjang tiap tongkat. Kutipan hasil TPM dan wawancara yang mendukung analisis ini adalah sebagai berikut.

Ditanya : Berapakah panjang tiap tongkat ?

Gambar 13 Kutipan Hasil TPM Subjek SR Indikator 2

P : Apa yang ditanyakan pada masalah tersebut?
 SR : Panjang tiap tongkat

Subjek menyusun strategi yang digunakan dalam menyelesaikan masalah

Berdasarkan kutipan wawancara, subjek SR menyusun strategi penyelesaian yaitu mulai menentukan atau mencari rumus yang sesuai dengan masalah tersebut. Subjek SR berpikir untuk menyelesaikan masalah tersebut secara logis menggunakan beberapa strategi dengan rumus yang relevan dengan permasalahan yang akan diselesaikan. Subjek SR menggunakan strategi persamaan linear. Subjek SR menulis seperti kutipan TPM berikut ini.

$$\begin{array}{r} 3a + 2b + 1c = 780 \dots (1) \\ a + 2c = 460 \dots (2) \\ \hline 2a = c \dots (3) \end{array}$$

Gambar 14 Kutipan Hasil TPM Subjek SR Indikator 3

Pendapat tersebut diperkuat oleh kutipan wawancara sebagai berikut.

P : Coba jelaskan terkait strategi penyelesaian kamu!
 SR : Saya menggunakan strategi persamaan linear.

Subjek melakukan manipulasi matematika dengan menuliskan langkah-langkah penyelesaian masalah berdasarkan strategi penyelesaian masalah yang telah ditetapkan

Berdasarkan kutipan hasil TPM dan wawancara, SR memulai dengan mensubstitusikan persamaan 3 ke 2 yaitu dengan mensubstitusikan nilai c dengan $2a$ sehingga menghasilkan nilai

$a = 92$, selanjutnya nilai a dimasukkan ke persamaan 3 diperoleh nilai $c = 184$ dan nilai a dan c dimasukkan ke persamaan 1 diperoleh nilai $b = 160$. Kutipan hasil TPM adalah sebagai berikut.

$$\begin{array}{l}
 \text{Substitusi persamaan (3) ke (2)} \\
 \hline
 \cdot a + 2c = 460 \qquad \cdot 2a = c \\
 a + 2(2a) = 460 \qquad 2(82) = c \\
 a + 4a = 460 \qquad 164 = c \\
 5a = 460 \qquad c = 184 \\
 a = 92 \\
 \hline
 \cdot 3a + 2b + c = 780 \\
 3(92) + 2b + 184 = 780 \\
 276 + 2b + 184 = 780 \\
 2b + 460 = 780 \\
 2b = 780 - 460 \\
 2b = 320 \\
 b = 160
 \end{array}$$

Gambar 15 Kutipan Hasil TPM Subjek SR Indikator 4

Hal tersebut diperkuat oleh kutipan hasil wawancara subjek SR sebagai berikut.

- P : Kamu telah menyelesaikan tes penalaran matematis (menunjukkan hasil tes penalaran matematis). Jelaskan langkah-langkah yg kamu lakukan dalam menyelesaikan masalah!*
- SR : Dimulai dari mensubstitusikan persamaan 3 ke 2 yang akhirnya menghasilkan nilai a, b, dan c.*

Subjek memberikan alasan terhadap kebenaran solusi dari masalah

Berdasarkan hasil wawancara dengan kode SR4, subjek SR menyatakan keyakinannya terhadap kebenaran jawabannya karena telah menggunakan rumus yang sesuai dengan permasalahan. Hal ini didukung oleh kutipan hasil wawancara berikut.

- P : Mengapa kamu yakin? Alasannya apa? Coba jelaskan alasanmu!*
- SR : Karena saya sudah menggunakan rumus yang sesuai dengan masalah.*

Subjek memeriksa kebenaran setiap tahapan penyelesaian masalah

Berdasarkan kutipan wawancara, SR memeriksa kembali jawabannya dari awal sampai akhir yaitu dimulai dari menuliskan diketahui Asep mempunyai 3 jenis ukuran tongkat (a, b, c). Asep menata sejajar tiga tongkat ukuran a , dua tongkat ukuran b , dan sebuah tongkat ukuran c panjangnya 780 cm . Asep juga menata sejajar satu tongkat ukuran a dan dua tongkat ukuran b panjangnya 460 cm . 2 tongkat ukuran $b =$ ukuran c , kemudian menyebutkan yang ditanyakan adalah panjang tiap tongkat, selanjutnya menyelesaikan masalah yaitu dimulai dengan mensubstitusikan persamaan 3 ke 2 yaitu dengan mensubstitusikan nilai c dengan $2a$ sehingga menghasilkan nilai $a = 92$, selanjutnya nilai a dimasukkan ke dalam persamaan 3 hingga didapatkan nilai $c = 184$ dan nilai a dan c dimasukkan ke persamaan 1 diperoleh $b = 160$.

Subjek memberikan kesimpulan terhadap proses penyelesaian masalah yang telah dilakukan

Berdasarkan kutipan hasil TPM dan wawancara, subjek SR menyimpulkan bahwa penyelesaian masalah ini dapat disimpulkan bahwa panjang tongkat a , b , dan c berbeda – beda. Ukuran tongkat a sama dengan 92, ukuran tongkat b sama dengan 160, dan ukuran tongkat c sama dengan 184. Pernyataan tersebut diperkuat oleh kutipan wawancara sebagai berikut.

- P : Jelaskan kesimpulan dari hasil penyelesaian masalah ini!*
SR : Dari penyelesaian masalah ini dapat disimpulkan bahwa panjang tongkat a , b , dan c berbeda – beda. Ukuran tongkat a sama dengan 92, ukuran tongkat b sama dengan 160, dan ukuran tongkat c sama dengan 184.

3.4. Pembahasan Penalaran Matematis Siswa SMA Dengan Kemampuan Matematika Tinggi Dalam Menyelesaikan Masalah

Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa siswa dengan kemampuan matematika tinggi cenderung menjelaskan informasi melalui kata-kata atau simbol, bukan melalui gambar atau diagram. Temuan ini sesuai dengan penelitian Maharani & Kurniasari [15], yang menyatakan bahwa siswa dengan kemampuan matematika tinggi mampu memahami dan menuliskan permasalahan, serta menyusun strategi pemecahan masalah. Hasil penelitian ini juga diperkuat oleh temuan Azizah, dkk [13], yang menunjukkan bahwa siswa dengan kemampuan matematika tinggi mampu merencanakan dan melaksanakan strategi pemecahan masalah dengan tepat dan sistematis. Mereka juga mahir dalam manipulasi matematika, mengikuti langkah-langkah yang telah ditentukan, memberikan alasan yang kuat untuk solusi, dan memeriksa setiap tahap penyelesaian, serta mampu menyimpulkan proses tersebut. Penelitian ini memperkuat hasil studi yang dilakukan oleh Linola, dkk [14], yang menemukan bahwa siswa dengan kemampuan penalaran matematis yang unggul mampu melakukan operasi matematika, menyusun pembuktian, dan memberikan alasan yang rinci dan benar. Mereka juga mahir dalam menyajikan konsep matematika melalui tulisan, diagram, dan gambar yang lengkap dan akurat, serta mampu membuat kesimpulan logis yang komprehensif dan tepat.

3.5 Penalaran Matematis Siswa SMA Dengan Kemampuan Matematika Sedang Dalam Menyelesaikan Masalah

Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa siswa dengan kemampuan matematika sedang cenderung menjelaskan informasi yang mereka pahami melalui kata-kata atau simbol, tetapi kurang dalam representasi visual seperti gambar atau diagram. Temuan ini sejalan dengan

penelitian Maharani & Kurniasari [15], yang menyatakan bahwa siswa berkemampuan matematika sedang mampu memahami dan menuliskan permasalahan secara tertulis, serta menyusun strategi pemecahan masalah. Hasil penelitian ini selaras dengan temuan Azizah, dkk [13], yang menunjukkan bahwa siswa dengan kemampuan matematika sedang mampu merencanakan dan menerapkan strategi pemecahan masalah dengan tepat dan sistematis. Mereka juga mahir dalam manipulasi matematika, mengikuti langkah-langkah yang telah ditentukan, memberikan alasan yang valid untuk solusi, dan memeriksa setiap tahap penyelesaian, meskipun mereka cenderung tidak menuliskan kesimpulan akhir. Hasil penelitian ini sejalan dengan temuan Linola, dkk [14], yang menyatakan bahwa siswa dengan kemampuan penalaran matematis sedang mampu melakukan manipulasi matematika, menyusun bukti, dan memberikan alasan, meskipun dengan tingkat kelengkapan yang terbatas. Mereka juga mampu menyajikan pernyataan matematika dalam bentuk tertulis, diagram, dan gambar, meskipun kurang lengkap, serta dapat menarik kesimpulan logis, meskipun tidak sepenuhnya.

3.6. Penalaran Matematis Siswa SMA Dengan Kemampuan Matematika Rendah Dalam Menyelesaikan Masalah

Siswa dengan kemampuan matematika yang rendah menunjukkan kecenderungan untuk menjelaskan informasi yang mereka pahami melalui kata-kata atau simbol, namun kesulitan dalam menyajikannya dalam bentuk visual seperti gambar atau diagram. Hal ini sejalan dengan penelitian Maharani & Kurniasari [15] yang menyatakan bahwa siswa dengan tingkat kemampuan matematika rendah memahami masalah yang diberikan. Namun, siswa tidak bisa menentukan konsep secara tepat karena ide awal yang ditemukan tidak tepat. Siswa berkemampuan matematika rendah berkemampuan matematika sedang menyusun strategi yang digunakan dalam menyelesaikan masalah. Sesuai dengan penelitian Azizah, dkk [13], siswa dengan kemampuan matematika rendah mampu menunjukkan kemampuan untuk melaksanakan strategi pemecahan masalah secara tepat dan terstruktur. Mereka mampu melakukan manipulasi matematika dengan mengikuti langkah-langkah yang telah ditetapkan, memberikan alasan yang valid untuk solusi yang diperoleh, dan memeriksa setiap tahap penyelesaian. Namun, mereka cenderung tidak menuliskan kesimpulan akhir dari proses tersebut. Temuan ini juga sejalan dengan hasil penelitian Linola, dkk [14] yang menunjukkan bahwa siswa berkemampuan matematis rendah mampu melakukan manipulasi matematika dan memberikan alasan atas solusi yang diperoleh, meskipun tidak lengkap. Namun, mereka kesulitan menyajikan pernyataan matematika dalam bentuk tertulis, diagram, atau gambar, meskipun mampu menarik kesimpulan logis dengan benar dan lengkap.

Penalaran mendukung keberhasilan siswa dalam pemecahan masalah, sedangkan pemecahan masalah merupakan jantungnya pembelajaran matematika [16, 17, 18]. Oleh sebab itu, penalaran harus diperhatikan.

4. KESIMPULAN

Berdasarkan analisis data, dapat disimpulkan bahwa siswa dengan kemampuan matematika tinggi mampu menjelaskan informasi matematika secara verbal dan simbolik tanpa bantuan gambar atau diagram, merumuskan strategi penyelesaian masalah, melakukan manipulasi matematis dengan langkah-langkah yang sistematis, memberikan justifikasi untuk setiap solusi, memeriksa kebenaran setiap tahapan, dan menarik kesimpulan yang tepat. Siswa dengan kemampuan matematika sedang mampu menjelaskan informasi, merumuskan strategi, dan melakukan manipulasi matematis, tetapi tidak sepenuhnya menuliskan kesimpulan. Sementara itu, siswa dengan kemampuan matematika rendah mampu menjelaskan informasi dengan teliti, menyusun strategi, dan melakukan manipulasi matematis, tetapi juga tidak menuliskan kesimpulan secara lengkap. Lebih lanjut, temuan penelitian ini dapat digunakan sebagai dasar untuk mengembangkan strategi pembelajaran yang lebih efektif dan sesuai dengan tingkat kemampuan matematika siswa.

5. DAFTAR PUSTAKA

- [1] S. Hajar, Sofiyana, dan R. Amalia, “Analisis Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Dalam Menyelesaikan Soal Setara Pisa Konten Geometri,” *Jurnal Ilmiah Mat. Realis.*, vol. 2, no. 2, hal. 32–36, 2021, doi: 10.46244/numeracy.v7i2.1167.
- [2] D. Kurnia Putri, J. Sulianto, dan M. Azizah, “Kemampuan Penalaran Matematis Ditinjau dari Kemampuan Pemecahan Masalah,” *Int. J. Elem. Educ.*, vol. 3, no. 3, hal. 351, 2019, doi: 10.23887/ijee.v3i3.19497.
- [3] E. Santoso, “PENGARUH PENGGUNAAN MODEL PEMBELAJARAN KOPERATIF TIPE GROUP INVESTIGATION TERHADAP KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH MATEMATIK,” *J. THEOREMS*, vol. 1, no. 1, hal. 10–20, 2016.
- [4] R. V. Kusuma, M. Nurwahid, dan Y. F. Novitasari, “Pengembangan Media Pembelajaran Online App Builder ‘Appypie’ Berbasis Android pada Materi Program Linear,” *Arith. Acad. J. Math*, vol. 06, no. 02, hal. 141–160, 2024.
- [5] Y. F. Novitasari, Purwanto, dan H. Permadi, “The Mathematical Literacy Ability of Junior High School Students in Solving AKM Problems Based on Keirse’s Personality Theory,” in *AIP Conference Proceeding*, 2024, hal. 030018-1-130018–11, doi:

<https://doi.org/10.1063/5.0193909>.

- [6] J. A. Siahaya, C. S. Ayal, dan D. A. Ngilawajan, "Analisis Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Pada Materi Persamaan Kuadrat," *Sci. Map J.*, vol. 3, no. 1, hal. 1–18, 2021, doi: 10.30598/jmsvol3issue1pp1-18.
- [7] NCTM, *Principles and Standards for School Mathematics*. 2000.
- [8] A. Hidayati dan S. Widodo, "Proses Penalaran Matematis Siswa Dalam Memecahkan Masalah Matematika," *J. Math Educ. Nusant.*, vol. 1, no. 2, hal. 131–143, 2015.
- [9] E. E. Rohaeti, M. Bernard, dan C. Novtiar, "Pengembangan Media Visual Basic Application untuk Meningkatkan Kemampuan Penalaran Siswa SMP dengan Pendekatan Open-Ended," *SJME (Supremum J. Math. Educ.)*, vol. 3, no. 2, hal. 95–107, 2019, doi: 10.35706/sjme.v3i2.1897.
- [10] N. Kusumaningtyas, I. N. Parta, dan H. Susanto, "Kemampuan Penalaran Matematis Siswa dalam Memecahkan Masalah Matematika pada Saat Pembelajaran Daring," *J. Cendekia J. Pendidik. Mat.*, vol. 6, no. 1, hal. 107–119, 2021, doi: 10.31004/cendekia.v6i1.1019.
- [11] S. Dwiningrum, Mardiyana, dan I. Pramudya, "Analisis Kemampuan Penalaran Matematis Pada Materi Persamaan Garis Lurus Ditinjau dari Tipe Kepribadian Siswa Kelas VIII SMP Negeri 2 Ngemplak Boyolali," *Pros. Semin. Mat. dan Pendidik. Mat.*, no. November, hal. 158–168, 2016.
- [12] R. Vebrian, Y. Y. Putra, S. Saraswati, dan T. T. Wijaya, "Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Dalam Menyelesaikan Soal Literasi Matematika Kontekstual," vol. 10, no. 4, hal. 2602–2614, 2021.
- [13] R. F. Azizah, Sunardi, dan D. Kurniati, "Penalaran Matematis dalam menyelesaikan PISA pada Siswa Usia 15 tahun di SM Negeri 1 Jember," *Kadikma*, vol. 8, no. 1, hal. 102, 2017.
- [14] D. M. Linola, R. Marsitin, dan T. C. Wulandari, "Analisis Kemampuan Penalaran Matematis Peserta Didik dalam Menyelesaikan Soal Cerita di SMAN 6 Malang," *Pi Math. Educ. J.*, vol. 1, no. 1, hal. 27–33, 2017, doi: 10.21067/pmej.v1i1.2003.
- [15] R. Maharani dan I. Kurniasari, "Kemampuan Literasi Matematika Siswa Kelas X SMAN 1 Mojo dalam Menyelesaikan Soal Model Programme For International Student Assessment (PISA) Ditinjau dari Kemampuan Matematika," *J. Ilm. Pendidik. Mat. Pendidik.*, vol. 3, no. 5, hal. 455–462, 2016.
- [16] H. P. Putri, S. Mafulah, dan E. S. N. Hartiningrum, "Analisis Kemampuan Siswa SDN Banjardowo 1 Jombang dalam Memecahkan Masalah Pecahan Konsep, Keterampilan, Dan Proses Matematika Untuk Memecahkan Masalah Matematika". *Postulat: J. Inovasi*

Pendidikan Matematika, vol. 4, no. 2, pp. 286–296, 2023.

- [17] A. E. Putri, S. Aurellia, S. Wulandari, B. D. Rani, B., A. A. Gusti, V. A. Rahma, dan S. Maf'ulah, "Analisis Pemahaman Konseptual Siswa SMP Materi Himpunan", *Pi: Mathematics Education J.*, vol. 7, no.1, pp. 1–11, 2024.
- [18] Fadhilah & S. Maf'ulah, "Pengaruh Kecemasan Matematika terhadap Prestasi Belajar Matematika Siswa SMP Negeri 2 Jogoroto", *Postulat: J. Inovasi Pendidikan Matematika*, vol.5, no.2, pp.167-176, 2024.